



Programme international pour le suivi des acquis des élèves

Cadre d'évaluation de PISA 2003 –

Connaissances et compétences
en mathématiques,
lecture,
science et
résolution de problèmes

OCDE

ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES



Table des matières

AVANT-PROPOS	7
PRÉSENTATION DU CYCLE 2003 DU PROGRAMME PISA DE L'OCDE.....	9
Vue d'ensemble	9
Caractéristiques fondamentales du cycle PISA 2003.....	10
Originalité du programme PISA	15
Aperçu des aspects évalués dans chaque domaine	16
Mise en œuvre du cycle PISA 2003 et présentation des résultats	19
Nature et utilisation des questionnaires contextuels	20
Élaboration conjointe du programme OCDE/PISA et de ses cadres conceptuels d'évaluation	22
Chapitre 1 : CULTURE MATHÉMATIQUE	25
Définition du domaine	26
Fondements théoriques du cadre d'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA	28
Organisation du domaine	33
▪ Situations et contextes	35
▪ Contenu mathématique : les quatre « idées majeures »	37
▪ Processus mathématiques	42
Évaluer la culture mathématique	55
▪ Caractéristiques des épreuves	55
▪ Structure de l'évaluation	59
▪ Présentation des résultats : développement des échelles de compétence en mathématiques.....	60
▪ Outils et instruments	62
Synthèse	62
Exemples supplémentaires	63
▪ Mathématiques, unité 1 : PHARE	64
▪ Mathématiques, unité 2 : TARIFS POSTAUX.....	68
▪ Mathématiques, unité 3 : BATTEMENTS DE CŒUR	71
▪ Mathématiques, unité 4 : PAIEMENT À LA SUPERFICIE	74
▪ Mathématiques, unité 5 : TAILLE DES ÉLÈVES	76
▪ Mathématiques, unité 6 : BALANÇOIRE	78
▪ Mathématiques, unité 7 : RÉSERVOIR D'EAU	80
▪ Mathématiques, unité 8 : TEMPS DE RÉACTION	82
▪ Mathématiques, unité 9 : ASSEMBLAGE DE BLOCS.....	85
▪ Mathématiques, unité 10 : TAUX D'UN MÉDICAMENT DANS LE SANG.....	90
▪ Mathématiques, unité 11 : L'IMMEUBLE TORSADÉ.....	94
▪ Mathématiques, unité 12 : CONCERT ROCK.....	99
▪ Mathématiques, unité 13 : TAPIS ROULANTS	101



Élaboration des idées majeures	103
▪ Quantité.....	103
▪ Espace et formes.....	106
▪ Variations et relations	109
▪ Incertitude	113
 Chapitre 2 : COMPRÉHENSION DE L'ÉCRIT	119
Définition du domaine	120
Format de texte	121
▪ Textes continus.....	121
▪ Textes non continus	122
Caractéristiques des items	124
▪ Cinq processus (aspects).....	124
▪ Types d'items.....	130
▪ Codage	131
Situations	131
Présentation des résultats.....	133
▪ Établissement des échelles de compréhension de l'écrit.....	133
▪ Présentation des résultat	133
▪ Élaboration d'une « carte » des items.....	135
▪ Niveaux de compétence en compréhension de l'écrit	136
 Chapitre 3 : CULTURE SCIENTIFIQUE	145
Définition du domaine	146
Organisation du domaine	149
▪ Connaissances ou concepts scientifiques.....	150
▪ Processus scientifiques	151
▪ Situations ou contextes : les champs d'application.....	154
Caractéristiques des épreuves et exemples	156
▪ Science, unité 1: ARRÊTEZ CE MICROBE !	157
▪ Science, unité 2 : PETER CAIRNEY	159
▪ Science, unité 3 : MAÏS	163
Structure de l'évaluation.....	166
Échelles de compétence	168
Autres questions.....	170
 Chapitre 4 : RÉSOLUTION DE PROBLÈMES	171
Introduction.....	172
Contexte	172
Définition du domaine	174
Organisation du domaine	176
▪ Types de problèmes	178
– Résolution de problèmes, unité 1 : DITES « NON » À LA DOULEUR... ..	181
– Résolution de problèmes, unité 2 : GESTION DES VENTES DE CD... ..	185
– Résolution de problèmes, unité 3 : POMPE DE VÉLO.....	190



▪ Processus de résolution de problèmes	191
▪ Synthèse des types de problèmes	193
▪ Situations.....	194
La place de la résolution de problèmes dans le cycle d'évaluation PISA 2003	194
▪ Compétences clés	194
▪ Rôle de la résolution de problèmes dans la perspective de l'évolution du marché du travail et des compétences requises	195
Caractéristiques de l'évaluation	199
▪ Accessibilité et équité	199
▪ Calculatrices.....	199
Types d'items	200
▪ Items à choix multiple	200
▪ Items fermés à réponse construite	201
▪ Items ouverts à réponse construite	201
▪ Groupes ou unités d'items	202
▪ Guides de correction.....	202
▪ Codes à deux chiffres	203
▪ Structure générale de l'évaluation	204
Analyses et présentation des résultats	204
Développements potentiels du cadre d'évaluation pour les cycles d'évaluation OCDE/PISA à venir	205
▪ Résolution de problèmes dans le cadre d'un travail de groupe	205
▪ Administration informatisée des tests d'évaluation	206
Exemples supplémentaires	206
▪ Résolution de problèmes, unité 4 : PILES	207
▪ Résolution de problèmes, unité 5: ROUAGES	211
▪ Résolution de problèmes, unité 6: VENTE DE LIVRES	216
 BIBLIOGRAPHIE	 221
 ANNEXE	 225



Avant-propos

Le programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA) qui a été créé en 1997 exprime la volonté des gouvernements des pays Membres de l'OCDE d'étudier de façon suivie, à l'intérieur d'un cadre conceptuel faisant l'objet d'un consensus, les résultats des systèmes éducatifs en termes d'acquis des élèves. Le programme PISA de l'OCDE est avant tout le fruit d'un effort concerté qui met en synergie l'expertise scientifique des pays participants et que les gouvernements de ces pays dirigent conjointement en fonction de préoccupations communes touchant l'action des pouvoirs publics. Les pays participants assument la responsabilité politique du projet. Des experts des pays participants coopèrent au sein de groupes de travail chargés de mettre au service des objectifs d'action publique du programme les meilleures compétences techniques disponibles dans le domaine de l'évaluation comparative internationale du rendement scolaire. En collaborant aux travaux de ces groupes d'experts, les pays veillent à ce que les instruments d'évaluation utilisés dans le cadre du programme PISA de l'OCDE soient valides sur le plan international, prennent en compte le contexte culturel et éducatif des différents pays de l'OCDE, aient des propriétés psychométriques robustes et mettent l'accent sur l'authenticité et la validité des données sur le plan éducatif.

Le cycle PISA 2003 poursuit la mise en œuvre de la stratégie de recueil de données adoptée en 1997 par les pays de l'OCDE et garde les mêmes domaines d'évaluation que ceux définis lors du cycle PISA 2000. La principale différence entre ces deux cycles réside dans le domaine majeur d'évaluation : le cycle PISA 2000 a mis l'accent sur la compréhension de l'écrit, alors que le cycle PISA 2003 se concentrera sur la culture mathématique, qui est définie comme l'aptitude des élèves à identifier, comprendre et effectuer des raisonnements mathématiques, et à porter des jugements fondés sur le rôle que jouent les mathématiques dans la vie. Une évaluation des compétences en matière de résolution de problèmes a été ajoutée : c'est une nouvelle composante du programme PISA. Elle vise à mesurer la capacité des élèves à appliquer des processus cognitifs pour résoudre des problèmes pluridisciplinaires tirés de la vie réelle et où la démarche nécessaire pour arriver à la solution n'est pas immédiatement évidente.

Cet ouvrage présente les principes directeurs du cycle d'évaluation PISA 2003 et définit les contenus que les élèves doivent acquérir, les processus qu'ils doivent appliquer et les contextes dans lesquels leurs savoirs et savoir-faire et compétences seront évalués. Il fournit par ailleurs des exemples de tâches permettant d'illustrer les divers domaines d'évaluation. C'est le fruit des travaux menés par des panels d'experts sous la direction de Raymond Adams, Barry McCrae, Ross Turner et Margaret Wu de l'*Australian Council for Educational Research* (ACER). Le groupe d'experts chargé des mathématiques a été présidé



par Jan de Lange de l'université d'Utrecht (Pays-Bas), celui chargé de la compréhension de l'écrit, par Irwin Kirsch de l'*Educational Testing Service* (États-Unis), celui chargé des sciences, par Wynne Harlen (Royaume-Uni) et, enfin, celui chargé de la résolution de problèmes par John Dossey de l'université d'État de l'Illinois (États-Unis). La liste des membres des groupes d'experts figure en annexe de la présente publication. Les cadres conceptuels d'évaluation ont été révisés par des panels d'experts dans chacun des pays participants.

Cette publication a été préparée par la Direction de l'éducation de l'OCDE sous la responsabilité d'Andreas Schleicher et de Claudia Tamassia. Elle est publiée sous la responsabilité du Secrétaire général de l'OCDE. ┘



Présentation du cycle 2003 du programme PISA de l'OCDE

VUE D'ENSEMBLE

Le programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA) est une initiative concertée des pays Membres de l'OCDE qui vise à déterminer dans quelle mesure les élèves de 15 ans sont préparés à relever les défis de nos sociétés modernes alors qu'ils arrivent au terme de leur scolarité obligatoire. L'approche adoptée dans ce programme est celle d'une évaluation de large envergure, portant sur des connaissances et compétences qui reflètent les évolutions récentes intervenues dans les curriculums, mais allant aussi au-delà du cadre scolaire, pour mesurer la capacité des élèves à utiliser leurs connaissances dans des situations de la vie courante. Les compétences mesurées doivent donner une idée de la capacité des élèves à poursuivre leurs apprentissages tout au long de la vie, lorsqu'ils ont à appliquer ce qu'ils ont appris à l'intérieur et à l'extérieur du cadre scolaire, à évaluer leurs choix ou à prendre des décisions. L'évaluation, dirigée conjointement par les gouvernements des pays participants, fait la jonction entre les préoccupations politiques des pays et les compétences scientifiques disponibles tant au niveau national qu'international.

Le programme PISA de l'OCDE combine l'évaluation de domaines spécifiques (la compréhension de l'écrit, la culture mathématique et la culture scientifique), et d'aspects pluridisciplinaires importants qui figurent parmi les priorités des pays de l'OCDE (l'apprentissage auto-régulé et les technologies de l'information), auxquels s'ajoute en 2003 une évaluation des compétences en matière de résolution de problèmes. Les résultats de ces évaluations sont mis en relation avec des informations sur le contexte éducatif, recueillies au moyen de questionnaires sur les élèves, leur famille et leur établissement d'enseignement. Les principes sur lesquels se fonde le programme PISA de l'OCDE sont : i) le recours à des mécanismes stricts d'assurance qualité dans le domaine de la traduction des instruments, de l'échantillonnage et du recueil de données ; ii) les dispositions prises pour obtenir des instruments d'évaluation d'une vaste envergure culturelle et linguistique, en particulier par la participation des pays aux processus de développement et de mise au point de ces instruments et par l'implication de panels d'experts chargés d'examiner leur pertinence culturelle ; iii) l'utilisation de méthodes de pointe pour l'analyse des données. Ces atouts réunis permettent de créer des instruments de grande qualité et d'obtenir des résultats d'un très haut niveau de validité et de fiabilité, qui aident à mieux comprendre les systèmes éducatifs et les caractéristiques des élèves.



Le programme PISA de l'OCDE s'appuie sur un modèle dynamique d'apprentissage tout au long de la vie où l'on considère que les individus acquièrent de manière continue, pendant toute leur vie, les nouveaux savoirs et savoir-faire nécessaires pour s'adapter à l'évolution du monde. L'évaluation OCDE/ PISA se concentre sur ce dont les jeunes de 15 ans auront besoin dans leur vie future et cherche à déterminer ce qu'ils pourront faire grâce à ce qu'ils auront appris. Elle tient compte – sans toutefois s'y cantonner – du dénominateur commun aux divers curriculums nationaux. On mesure donc non seulement les connaissances des élèves mais aussi leur capacité à réfléchir et à appliquer leurs connaissances et leur expérience dans des situations tirées du monde réel. Ainsi, par exemple, pour comprendre et évaluer des recommandations à caractère scientifique sur la sécurité des aliments, les adultes doivent non seulement connaître un certain nombre de faits de base sur la composition des aliments, mais aussi être capables de les exploiter à bon escient. Le terme « littératie » fait référence à cette conception large des connaissances et des compétences.

Le programme PISA de l'OCDE se veut un outil rapide et efficace, conçu pour recueillir de manière cyclique, tous les trois ans, des informations sur les résultats en termes de compréhension de l'écrit, de culture mathématique et de culture scientifique au niveau des élèves, des établissements et des pays. Il fournit des informations sur les facteurs scolaires et familiaux qui affectent le développement des compétences des élèves, analyse les interactions entre ces facteurs et tente de mettre en lumière leurs implications pour l'élaboration des politiques éducatives.

Cette publication présente le cadre conceptuel qui est à la base des évaluations du cycle PISA 2003. Celui-ci est constitué des cadres conceptuels utilisés pour la compréhension de l'écrit et pour les sciences lors du cycle PISA 2000, d'une version revue du cadre conceptuel de mathématiques (qui a été étoffé en vue d'une évaluation en profondeur de ce domaine lors du cycle 2003) et du cadre conceptuel de la nouvelle composante du programme PISA, l'évaluation des compétences en matière de résolution de problèmes à titre de domaine transdisciplinaire. Pour chacun de ces domaines, le cadre conceptuel définit les contenus dont la maîtrise est attendue, les processus que les élèves doivent pouvoir mettre en œuvre et les contextes dans lesquels leurs savoirs et savoir-faire devront être appliqués. Enfin, le cadre conceptuel fournit des exemples d'items permettant d'illustrer chacun des domaines et leurs divers aspects.

CARACTÉRISTIQUES FONDAMENTALES DU CYCLE PISA 2003

L'évaluation PISA 2003 s'inscrit dans le cadre d'un plan de recueil des données défini par les pays participants en 1997, dont elle constitue le second cycle. La brochure *Mesurer les connaissances et compétences des élèves – Un nouveau cadre d'évaluation* (OCDE, 1999) contient le cadre conceptuel utilisé lors du premier cycle, connu sous le nom de PISA 2000. Les résultats de ce premier cycle ont été rendus publics en décembre 2001 dans le rapport *Connaissances et compétences : des atouts pour la vie – Premiers résultats de PISA 2000* (OCDE, 2001)¹,

1. Cette publication est également disponible sur le site Web www.pisa.oecd.org.



Encadré A ■ Le programme PISA de l'OCDE

Caractéristiques principales

Population

- Il s'agit d'une évaluation normalisée à l'échelon international, dont les instruments sont élaborés conjointement par les pays participants et sont administrés à des élèves de 15 ans participant à des programmes d'enseignement formel.
- Le nombre de pays participant à l'évaluation a été de 43 pays lors du premier cycle (32 en 2000 et 11 en 2002) et de 42 pays lors du deuxième cycle (PISA 2003).
- En règle générale, entre 4 500 et 10 000 élèves sont testés dans chaque pays.

Domaines d'évaluation

- Le cycle PISA 2003 couvre les domaines de la compréhension de l'écrit, de la culture scientifique et de la culture mathématique et s'intéresse non seulement aux savoirs scolaires mais aussi aux connaissances et compétences nécessaires dans la vie adulte. Les compétences transversales restent une composante fondamentale du programme PISA de l'OCDE et font l'objet d'un nouveau domaine d'évaluation portant sur la résolution de problèmes.
- Dans chaque domaine d'évaluation, l'accent est mis sur la maîtrise de processus, la compréhension de concepts et la capacité d'utiliser ces compétences dans diverses situations.

Méthodes

- Les épreuves se présentent sous la forme de tests papier-crayon d'une durée de deux heures par élève.
- La batterie de tests comprend à la fois des items à choix multiple et des questions qui demandent aux élèves de construire leur propre réponse. Les épreuves sont constituées de groupes d'items portant chaque fois sur un extrait de texte décrivant une situation de la vie réelle.
- La batterie de tests représente au total environ sept heures de test, mais chaque élève ne doit répondre qu'à une partie des épreuves.
- Les élèves consacrent environ 30 minutes à remplir un questionnaire contextuel contenant des questions sur eux-mêmes et sur leur famille. Les chefs d'établissement reçoivent un questionnaire d'une durée d'environ 20 minutes portant sur les caractéristiques de leur établissement.

Cycles d'évaluation

- Les évaluations ont lieu tous les trois ans : 2000, 2003 et 2006.
- Chaque cycle d'évaluation porte sur l'étude approfondie d'un domaine « majeur » auquel sont consacrés deux tiers du temps de test disponible ; les autres domaines font l'objet



d'une analyse plus succincte qui permet d'établir un profil général des compétences. La compréhension de l'écrit a été le domaine majeur d'évaluation lors du cycle PISA 2000. La culture mathématique est le domaine majeur en 2003 et la culture scientifique le sera en 2006.

Résultats

- Un profil général des connaissances et des compétences des élèves de 15 ans.
- Des indicateurs contextuels établissant des liens entre les résultats et les caractéristiques des élèves et des établissements.
- Des séries temporelles reflétant l'évolution des résultats au fil du temps.
- Une riche base de connaissances, utilisable pour la recherche et l'analyse des politiques éducatives.

qui permet aux décideurs nationaux de comparer les performances de leur système d'éducation avec celles des systèmes des autres pays. Comme cela a déjà été le cas dans PISA 2000, le cycle PISA 2003 couvre les domaines de la compréhension de l'écrit, de la culture mathématique et de la culture scientifique, mais le domaine majeur est cette fois la culture mathématique, et non plus la compréhension de l'écrit. Une nouvelle composante permet, en outre, d'évaluer la capacité des élèves à résoudre des problèmes dans des situations de la vie réelle. Les élèves ont par ailleurs à répondre à un questionnaire contextuel et des informations complémentaires sont recueillies auprès des directeurs d'établissement. Les pays participant à l'évaluation sont au nombre de 42, dont les 30 pays Membres de l'OCDE.

Conformément à l'objectif du programme PISA de l'OCDE, qui est d'évaluer le rendement cumulé des systèmes éducatifs à un âge auquel la scolarité est encore obligatoire, les épreuves s'adressent aux élèves de 15 ans inscrits tant dans les filières d'enseignement général que dans les filières d'enseignement professionnel. Dans chaque pays, l'évaluation porte en règle générale sur un minimum de 150 établissements et sur des effectifs de 5 000 à 10 000 élèves, ce qui fournit un échantillon robuste, autorisant la ventilation des résultats en fonction de diverses caractéristiques des élèves.

La mission première du programme PISA de l'OCDE est de déterminer dans quelle mesure les élèves ont acquis le large bagage de savoirs et savoir-faire en lecture, en mathématiques et en sciences dont ils auront besoin dans leur vie adulte. L'évaluation de compétences transversales fait également partie intégrante du cycle PISA 2003, par le biais de la composante portant sur la résolution de problèmes. Les principales raisons qui ont dicté l'adoption de cette approche à large visée sont les suivantes :



- Bien que la maîtrise de connaissances spécifiques soit une composante essentielle de l'apprentissage scolaire, pouvoir appliquer ces connaissances dans la vie adulte dépend de manière critique de l'acquisition par l'individu de notions et de compétences plus vastes. En *mathématiques*, être capable de raisonner en termes quantitatifs et de concevoir des relations de dépendance ou des correspondances est plus important que de savoir répondre aux questions figurant habituellement dans les manuels d'exercices, lorsqu'il s'agit de faire preuve de compétences mathématiques dans la vie courante. En *lecture*, il est essentiel de pouvoir interpréter des documents écrits et réfléchir sur le contenu et la qualité des textes qu'on lit. En *sciences*, la maîtrise de connaissances particulières, par exemple savoir des noms de plantes et d'animaux, présente moins d'intérêt que d'avoir assimilé des notions fondamentales comme consommation d'énergie, la biodiversité et la santé humaine, lorsqu'il s'agit de se pencher sur les thèmes scientifiques qui suscitent des débats de société. En *résolution de problèmes* enfin, reconnaître un problème, énoncer sa nature exacte, utiliser ce savoir pour préparer une stratégie de résolution, ajuster la solution pour mieux l'adapter au problème initial et communiquer cette solution à d'autres sont considérées comme autant de compétences de base, indispensables pour permettre les apprentissages futurs.
- Dans un contexte international, privilégier le contenu des programmes d'enseignement aurait pour effet de borner l'attention aux éléments de ces programmes qui sont communs à tous les pays, ou à la plupart d'entre eux. Il faudrait donc multiplier les compromis, ce qui déboucherait sur une évaluation trop restrictive pour être utile aux gouvernements désireux de prendre connaissance des points forts et des innovations de systèmes éducatifs d'autres pays.
- Enfin, il existe un certain nombre de compétences qu'il est essentiel de développer chez les élèves : ils doivent pouvoir communiquer, s'adapter, faire preuve de souplesse, savoir résoudre des problèmes, utiliser les technologies de l'information. Ces compétences s'acquièrent à travers l'ensemble des matières enseignées et leur évaluation nécessite l'adoption d'une perspective transversale.

Les élèves ne peuvent apprendre à l'école tout ce dont ils auront besoin dans leur vie d'adultes. Ce qu'ils doivent acquérir, ce sont les pré-requis indispensables au succès de leurs apprentissages futurs. Ils doivent être capables d'organiser et de réguler leur propre apprentissage, d'apprendre seuls et en groupe et de surmonter les difficultés rencontrées au cours du processus d'apprentissage. Pour y parvenir, ils doivent avoir conscience de leurs processus de pensée, des stratégies et des méthodes qu'il mettent en œuvre pour apprendre. Par ailleurs, l'acquisition de nouvelles connaissances tend de plus en plus souvent à prendre place dans des situations collectives, où l'on travaille en groupe et où chacun dépend des autres. Pour évaluer ces aspects, un instrument de recueil de données sur l'apprentissage auto-régulé a été inclus à titre de



composante facultative dans le cycle PISA 2000 et comme composante centrale dans le cycle PISA 2003.

Le programme PISA de l'OCDE n'est pas une évaluation ponctuelle des compétences des élèves de 15 ans en lecture, en mathématiques et en sciences. Il s'agit d'un programme continu d'évaluation qui dit, à long terme, constituer une base de données permettant de surveiller l'évolution des acquis des élèves des pays participants, ainsi que de divers sous-groupes démographiques au sein de chacun de ces pays. Lors de chaque cycle, un des domaines fait l'objet d'une évaluation approfondie, à laquelle est consacré environ deux tiers du temps de passation disponible. La compréhension de l'écrit a été le domaine majeur d'évaluation en 2000, suivie par la culture mathématique en 2003 et la culture scientifique en 2006. Cette approche cyclique permet de réaliser, pour chacun des domaines, une analyse approfondie tous les neuf ans et des séries temporelles de trois ans en trois ans.

Comme dans le cycle PISA 2000, la durée totale de passation est de deux heures pour les élèves, mais le recueil d'informations se fonde sur une batterie correspondant à près de sept heures de test. Les items de la batterie de tests sont répartis en une série de carnets, avec des ancrages. Chaque carnet de test est administré à un nombre d'élèves suffisant pour obtenir des estimations fiables des niveaux de performance atteints pour l'ensemble des items par les élèves de chaque pays et par des sous-groupes spécifiques d'élèves au sein d'un même pays (par exemple, les garçons et les filles ou les élèves issus de milieux sociaux et économiques différents). Les élèves passent également 30 minutes à répondre au questionnaire contextuel.

Le programme PISA de l'OCDE est conçu pour fournir trois grands types d'indicateurs :

- des *indicateurs de base* qui cernent le profil général des connaissances et des compétences des élèves ;
- des *indicateurs contextuels* qui montrent en quoi ces compétences sont liées à d'importantes variables démographiques, sociales, économiques et éducatives ;
- des *indicateurs de série temporelle* qu'il sera possible de créer grâce à la nature cyclique des recueils de données, destinés à montrer l'évolution des niveaux de compétence et de leur distribution, ainsi que l'évolution des rapports entre ces résultats et les variables décrivant les caractéristiques de l'environnement éducatif des élèves et des établissements qu'ils fréquentent.

Bien que les indicateurs constituent un bon moyen d'attirer l'attention sur des problématiques importantes, ils ne permettent généralement pas d'apporter de réponses aux questions qui se posent aux pouvoirs publics. C'est pourquoi le programme PISA de l'OCDE a également mis au point un schéma d'analyse des problématiques relatives aux politiques éducatives afin d'aller au-delà de la simple présentation des indicateurs.



ORIGINALITÉ DU PROGRAMME PISA

Le programme PISA de l'OCDE n'est pas la première enquête internationale comparative sur les acquis des élèves. D'autres études ont été menées au cours des 40 dernières années, essentiellement par l'*Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire* (IEA) et dans le cadre de l'*International Assessment of Educational Progress* (IAEP) conduit par *Education Testing Service* (ETS). La qualité et la portée de ces enquêtes ont beaucoup progressé au fil des ans mais elles ne donnent que des images partielles et sporadiques des connaissances acquises par les élèves, dans un nombre limité de matières.

Plus important encore, ces enquêtes se sont concentrées sur des compétences directement liées aux programmes d'enseignement et n'ont porté que sur les parties des programmes de cours qui sont en principe communes aux curriculums de tous les pays participants. Les aspects du curriculum qui sont spécifiques à un pays ou à un petit groupe de pays n'ont en général pas été pris en compte dans les évaluations, quelle que soit leur importance pour le ou les pays concernés.

Le programme PISA de l'OCDE est inédit à plusieurs égards :

- son *origine* : ce sont les gouvernements qui ont pris l'initiative de mettre en œuvre une enquête axée sur leurs préoccupations de politique éducative ;
- sa *périodicité* : la décision de traiter plusieurs matières et de procéder à des mises à jour tous les trois ans permet aux pays de suivre d'une manière régulière et programmée les progrès effectués dans la réalisation de divers objectifs clés en matière d'apprentissage ;
- le *groupe d'âge considéré* : tester les adolescents en fin de scolarité obligatoire fournit des indications très utiles sur la performance des systèmes éducatifs. La plupart des jeunes des pays de l'OCDE poursuivent leurs études au-delà de l'âge de 15 ans, mais cet âge est normalement proche de la fin de la scolarité de base dans le cadre de laquelle tous les élèves suivent un programme d'enseignement pratiquement commun. Il est important de déterminer dans quelle mesure ils ont acquis, à ce stade, les savoirs et savoir-faire qui leur serviront dans leur vie ultérieure, y compris pour les parcours éducatifs plus spécialisés qu'ils auront souvent à suivre ;
- les *connaissances et les compétences évaluées* : celles-ci ne sont pas choisies prioritairement parce qu'elles font partie du dénominateur commun des programmes scolaires nationaux mais parce qu'elles sont jugées essentielles pour la vie future. Il s'agit là de la caractéristique la plus importante et la plus ambitieuse du programme PISA de l'OCDE. Traditionnellement, les programmes scolaires sont surtout conçus en tant qu'ensembles d'informations et de techniques à maîtriser et accordent moins d'importance aux compétences qui, dans le cadre de chacune des matières, devraient être développées dans la perspective générale d'une application dans la vie



adulte. Ils privilégient encore moins les compétences d'ordre plus général, qui devraient être acquises de manière transversale à travers l'ensemble du curriculum, et qui permettent à l'individu de résoudre des problèmes et d'appliquer son raisonnement et ses concepts aux situations qu'il rencontre dans la vie. Le programme PISA de l'OCDE ne néglige pas l'évaluation des savoirs et savoir-faire liés au curriculum, mais il les évalue dans la perspective de l'acquisition de savoirs et de savoir-faire à caractère général permettant d'exploiter ces connaissances. Par ailleurs, il ne se confine pas aux limites imposées par le dénominateur commun de ce qui est spécifiquement enseigné dans les programmes des pays participants.

L'accent mis sur l'évaluation d'une maîtrise fonctionnelle et de concepts de large portée prend tout son sens par référence à la volonté exprimée par les nations de développer le capital humain, que l'OCDE définit comme suit :

« les connaissances, les savoir-faire, les compétences et les autres caractéristiques des individus qui sont pertinentes pour le bien-être personnel, social et économique ».

Pendant longtemps, le niveau de capital humain a été estimé en utilisant, dans le meilleur des cas, des indicateurs indirects comme le niveau de formation atteint. Lorsque l'intérêt porté au capital humain s'étend aux qualités qui permettent aux adultes de participer pleinement à la vie sociale et démocratique et qui les aident à devenir des « apprenants tout au long de la vie », l'inadéquation de ces indicateurs apparaît de manière plus évidente encore.

Du fait qu'il évalue directement les connaissances et les compétences acquises à l'approche de la fin de la scolarité obligatoire, le programme PISA de l'OCDE étudie l'état de préparation des jeunes gens à la vie adulte et, dans une certaine mesure, l'efficacité des systèmes éducatifs. Son ambition est d'évaluer les performances des élèves par rapport aux objectifs profonds des systèmes éducatifs (tels qu'ils sont définis par la société), et non par référence au corps de connaissances désignées comme objet d'enseignement et d'apprentissage. Cette manière de voir les produits de l'éducation est indispensable pour inciter les établissements d'enseignement et les systèmes éducatifs à se concentrer sur les défis posés par les sociétés contemporaines.

APERÇU DES ASPECTS ÉVALUÉS DANS CHAQUE DOMAINE

La figure A présente la définition des quatre domaines évalués lors du cycle PISA 2003. Ces définitions mettent toutes l'accent sur les savoirs et savoir-faire fonctionnels qui permettent à l'individu de participer activement à la vie de la société. Il ne suffit pas, pour cela, que l'individu soit simplement capable d'exécuter des tâches imposées de l'extérieur, par un employeur par exemple. Il doit aussi avoir le bagage nécessaire pour prendre part aux processus de prise de décision. Les épreuves les plus complexes du programme PISA demandent aux élèves de réfléchir et d'évaluer le matériel présenté, et non pas simplement de répondre à des questions pour lesquelles il n'existe qu'une seule réponse « correcte ».



Figure A ■ Définition des domaines d'évaluation

■ Culture mathématique

La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre les divers rôles joués par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

■ Compréhension de l'écrit

Comprendre l'écrit, c'est non seulement comprendre et utiliser des textes écrits, mais aussi réfléchir à leur propos. Cette capacité devrait permettre à chacun(e) de réaliser ses objectifs, de développer ses connaissances et son potentiel, et de prendre une part active dans la société

■ Culture scientifique

La culture scientifique est le fait de pouvoir utiliser des connaissances scientifiques pour identifier les questions auxquelles la recherche scientifique peut apporter une réponse et pour tirer des conclusions fondées sur des faits, en vue de comprendre le monde naturel et les changements qui y sont apportés par l'activité humaine et de prendre des décisions à ce propos.

■ Résolution de problèmes

La résolution de problèmes renvoie à la capacité d'un individu de mettre en œuvre des processus cognitifs pour appréhender et résoudre des problèmes posés dans des situations réelles, transdisciplinaires, dont la résolution passe par un cheminement qui n'apparaît pas clairement d'emblée ou fait appel à des domaines de compétence ou à des matières qui ne relèvent pas exclusivement des mathématiques, des sciences ou de la compréhension de l'écrit.

La **culture mathématique** (Voir chapitre 1) a trait aux capacités des élèves à analyser, à raisonner et à communiquer efficacement des idées lorsqu'ils posent, formulent, et résolvent des problèmes mathématiques relevant d'un vaste éventail de situations et qu'ils en interprètent les solutions. L'évaluation de la culture mathématique s'articule autour des aspects suivants :

- le *contenu mathématique*, qui est défini avant tout sur la base de quatre « concepts majeurs » : la *quantité*, l'*espace et les formes*, les *variations et les relations* et l'*incertitude*, et – de manière secondaire seulement – en fonction des matières scolaires (telles que l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie) ;
- les *processus mathématiques*, qui sont définis comme des compétences générales en mathématiques, notamment la capacité d'utiliser le langage mathématique, de procéder à des modélisations ou encore de résoudre des problèmes. Ces compétences ne sont cependant pas évaluées par des items distincts, dans la mesure où l'on estime que toute tâche mathématique mobilise généralement plusieurs compétences différentes. Les items sont organisés en fonction de « groupes de compétence », qui définissent le type de compétences requises ;



- la *situation* dans laquelle s'inscrit le problème, catégorisée en fonction de la distance entre le problème et les élèves. Le cadre conceptuel du PISA identifie cinq types de situations : situations personnelles, scolaires, professionnelles, publiques et scientifiques.

La **compréhension de l'écrit** (Voir chapitre 2) a trait à la capacité des élèves à comprendre l'écrit, à l'utiliser et à réfléchir à son propos pour réaliser ses objectifs. Cette conception des compétences en lecture a été à la base d'enquêtes antérieures, comme l'*Enquête internationale sur la littératie des adultes* (EILA), mais a été développée dans le cadre du programme PISA de l'OCDE, qui y a introduit d'un élément « actif » : il faut non seulement être capable de comprendre le texte qu'on lit, mais aussi d'y réfléchir en se fondant sur ses propres idées et expériences. L'évaluation de la compréhension de l'écrit s'articule autour des aspects suivants :

- le *format de texte* : les évaluations des compétences en lecture sont souvent axées sur des *textes continus* en prose organisés sous forme de phrases et de paragraphes. Le programme PISA de l'OCDE y ajoute des *textes non continus* qui présentent l'information sous d'autres formes : dans des listes, des formulaires, des graphiques ou des schémas. Il établit également une distinction entre différents types de textes continus (par exemple, entre textes narratifs, informatifs ou argumentatifs). On part en effet du principe que les individus rencontreront un vaste éventail d'écrits au cours de leur vie adulte et qu'il ne suffit pas de pouvoir lire les quelques types de texte généralement proposés à l'école ;
- les *processus de la compréhension de l'écrit (aspects)* : les épreuves ne sont pas conçues pour évaluer les compétences les plus rudimentaires en lecture, dans la mesure où celles-ci sont maîtrisées par la plupart des jeunes de 15 ans. On demande plutôt aux élèves de montrer qu'ils sont capables de localiser des informations, de comprendre globalement un texte, de l'interpréter et de réfléchir à son contenu et à sa forme ;
- la *situation* : elle dépend de l'usage pour lequel le texte a été rédigé. Ainsi, les romans, les lettres personnelles ou les biographies sont rédigés en vue d'une lecture à usage « privé » ; les documents ou les avis officiels sont destinés à un usage « public » ; les manuels d'entretien ou les rapports sont destinés à une lecture à des fins « professionnelles » et les manuels scolaires ou les fiches d'exercices sont destinés à une utilisation « scolaire ». Comme certains groupes d'élèves peuvent obtenir de meilleurs résultats dans une situation de lecture plutôt que dans une autre, il est souhaitable de prévoir des items couvrant ces divers types de situations.

La **culture scientifique** (Voir chapitre 3) a trait à la capacité d'utiliser des connaissances et des processus scientifiques non seulement pour comprendre le monde naturel mais aussi pour participer à des prises de décisions le concernant. L'évaluation de la culture scientifique s'articule autour des aspects suivants :

- les *connaissances* ou *concepts scientifiques*, qui aident à comprendre les liens entre divers phénomènes scientifiques. Les concepts retenus par le programme



PISA de l'OCDE sont des concepts bien connus, relevant de la physique, de la chimie, de la biologie, des sciences de la Terre et des sciences de l'univers, mais les items portent sur leur application à un contenu donné et non seulement sur une restitution du concept lui-même ;

- les *processus scientifiques*, qui sont axés sur la capacité de recueillir des faits, de les interpréter et d'agir en conséquence. Les trois processus retenus dans l'évaluation PISA de l'OCDE consistent à *i)* décrire, expliquer et prévoir des phénomènes scientifiques ; *ii)* comprendre la démarche utilisée dans les recherches scientifiques ; *iii)* interpréter des résultats scientifiques et les conclusions qui en sont tirées ;
- les *situations ou contextes scientifiques* dans lesquels les connaissances et les processus scientifiques sont appliqués. Le cadre conceptuel identifie trois champs d'application principaux : les sciences liées à la vie et à la santé, les sciences liées à la Terre et à l'environnement et les sciences liées à la technologie.

La **résolution de problèmes** (Voir chapitre 4) a trait à la capacité d'utiliser des processus cognitifs pour résoudre des problèmes transdisciplinaires dans des cas où ni la manière de s'y prendre pour trouver la solution, ni le domaine de compétences ou les points de matière impliqués ne sont immédiatement évidents. L'évaluation des compétences en matière de résolution de problèmes s'articule autour des aspects suivants :

- le *type de problème*, qui a trait aux processus mis en jeu dans la résolution de problèmes de prise de décision, d'analyse et de conception de systèmes de traitement de dysfonctionnements. Ces processus sont appliqués dans des *situations-problème* spécifiques, qui sont généralement éloignées du cadre scolaire ou du programme de cours et qui relèvent de la vie personnelle, du travail et des loisirs ou de la communauté et de la société ;
- les *processus de résolution de problèmes* : comprendre la nature du problème, le caractériser, le représenter, le résoudre, réfléchir sur la solution et en communiquer les résultats ;
- les *situations ou les contextes des problèmes* qui sont tirés de la vie réelle et dans lesquels s'inscrivent les types de problème.

MISE EN ŒUVRE DU CYCLE PISA 2003 ET PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Pour des raisons pratiques, les épreuves du cycle PISA 2003 seront des tests papier-crayon, comme lors du cycle PISA 2000. D'autres formes d'évaluation sont à l'étude pour les prochains cycles. Les épreuves sont constituées de divers types de questions. Certaines d'entre elles (les items à choix multiple ou à réponse construite fermée) demandent aux élèves de choisir ou de produire des réponses simples qui peuvent être comparées directement à l'unique réponse correcte. La réponse à ces questions, qui servent généralement à évaluer des compétences de niveau relativement bas, est soit correcte, soit incorrecte.



D'autres questions sont plus ouvertes et demandent aux élèves de construire leur propre réponse. Elles servent généralement à mesurer des dimensions plus générales que celles cernées par les enquêtes de rendement de type classique. L'éventail de réponses acceptables est plus large pour ces questions, qui nécessitent des grilles de correction plus complexes, prévoyant dans certains cas l'attribution d'un crédit partiel pour des réponses en partie correctes.

L'évaluation PISA de l'OCDE se fait au moyen d'*unités* constituées d'un stimulus (par exemple, un texte, un tableau, un graphique, un schéma etc.) suivi d'une série de tâches portant sur ce stimulus. Il s'agit là d'une caractéristique importante des épreuves, car elle permet d'aller plus loin dans les questions posées que si chaque question portait sur un contexte entièrement nouveau. Cela donne à l'élève le temps de se familiariser avec le matériel présenté, qui peut alors être utilisé pour évaluer de multiples aspects de sa compétence.

Les résultats obtenus par les élèves dans les trois domaines d'évaluation du cycle PISA 2000 ont été rapportés sur des échelles de compétence dont la moyenne a été fixée à 500 et l'écart type, à 100 ; ce qui signifie que deux tiers des élèves des pays de l'OCDE ont obtenu un score compris entre 400 et 600 points. Les scores correspondent à des degrés donnés de compétence dans un des domaines évalués. L'échelle composite de compréhension de l'écrit, le domaine majeur d'évaluation du cycle PISA 2000, a été divisée en cinq niveaux de compétence. Le principal avantage de cette approche est qu'elle permet de décrire ce que les élèves sont capables de faire en associant tâches et degrés de difficulté. Les résultats obtenus en compréhension de l'écrit ont également été rapportés sur trois sous-échelles distinctes : localisation d'informations, interprétation de textes et réflexion/évaluation. Enfin, des échelles de culture mathématique et de culture scientifique ont été mises au point mais elles n'ont pas été divisées en niveaux de compétence en raison du volume plus limité de données recueillies lors de l'évaluation de ces domaines mineurs. Le cycle PISA 2003 applique le même principe : des niveaux sont définis pour l'échelle de compétence relative à la culture mathématique, comme cela a été fait pour la compréhension de l'écrit dans le cycle précédent. Des indicateurs de séries temporelles sont en outre mis au point pour la compréhension de l'écrit, la culture mathématique et la culture scientifique, une nouvelle échelle est créée pour rendre compte des compétences transversales des élèves en matière de résolution de problèmes. Enfin, comme cela a été fait pour la compréhension de l'écrit lors du cycle PISA 2000, plusieurs sous-échelles seront vraisemblablement mises au point pour présenter les résultats du cycle PISA 2003 en culture mathématique.

NATURE ET UTILISATION DES QUESTIONNAIRES CONTEXTUELS

Le programme PISA de l'OCDE demande aux élèves et aux chefs d'établissement de répondre à des questionnaires contextuels d'une durée de 20 à 30 minutes. Ces questionnaires² jouent un rôle central dans l'analyse des résultats, en

2. Les questionnaires utilisés lors du cycle PISA 2000 sont disponibles sur le site Web www.pisa.oecd.org.



permettant de mettre ces les compétences des élèves en relation avec une série de caractéristiques des élèves eux-mêmes et des établissements qu'ils fréquentent.

Les questionnaires sont destinés à recueillir des informations sur :

- les élèves et leur milieu familial, notamment le capital économique, social et culturel des élèves et de leurs familles ;
- divers aspects de la vie des élèves, notamment leur attitude à l'égard de l'apprentissage, leurs habitudes et leur mode de vie à l'école et à la maison ;
- les établissements, notamment la qualité des ressources humaines et matérielles, le mode (public ou privé) de gestion et de financement, les processus de prise de décision et les pratiques d'affectation du personnel ;
- le contexte éducatif, notamment les structures institutionnelles, les types de programmes, la taille des classes et le degré d'implication des parents ;
- les stratégies d'apprentissage auto-régulé des élèves, leur type de motivation, les mécanismes cognitifs liés à leur image de soi, leurs stratégies de contrôle, leurs préférences en matière de situations d'apprentissage, leurs styles d'apprentissage et les aptitudes sociales impliquées dans l'apprentissage en groupe ;
- divers aspects relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques, notamment la motivation des élèves, leur engagement, leur confiance en soi, et à l'impact des stratégies d'apprentissage sur le rendement dans le domaine de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

Par ailleurs, deux questionnaires complémentaires sont proposés à titre d'options internationales :

- un questionnaire sur la *familiarité des élèves avec les technologies de l'information*, destiné à recueillir des informations sur *i)* l'accès des élèves aux technologies de l'information (TI), et l'usage qu'ils en font, notamment l'endroit où les TI sont le plus souvent utilisées et les raisons de leur utilisation ; *ii)* leur confiance en eux et leurs attitudes à l'égard des TI, notamment la perception qu'ils ont de leurs compétences dans ce domaine ; et *iii)* le contexte d'apprentissage des TI, notamment la manière dont les élèves ont appris à utiliser un ordinateur et à se servir d'Internet ;
- un questionnaire sur le *parcours scolaire des élèves*, destiné à recueillir des informations dans trois domaines : *i)* le parcours scolaire antérieur de l'élève, notamment les cas de redoublement, d'interruption de la scolarité, les changements d'orientation ou d'établissement ; *ii)* les études actuellement suivies en mathématiques (type de cours de mathématiques et notes reçues de l'enseignant) ; *iii)* le parcours scolaire futur de l'élève et ses ambitions professionnelles, notamment le niveau de formation escompté et le métier envisagé à l'âge de 30 ans.

Les informations contextuelles recueillies au moyen des questionnaires « Élève » et « Établissement » ne représentent qu'une partie des données dont dispose le



programme PISA de l'OCDE. Des indicateurs décrivant la structure générale des divers systèmes d'éducation et leur contexte démographique et économique – coûts, effectifs d'élèves, caractéristiques des établissements et des enseignants ; informations sur un certain nombre de pratiques pédagogiques – ainsi que l'impact de l'éducation sur le marché du travail sont régulièrement mis à jour par l'OCDE.

ÉLABORATION CONJOINTE DU PROGRAMME OCDE/PISA ET DE SES CADRES CONCEPTUELS D'ÉVALUATION

Le programme PISA est le fruit des efforts concertés des gouvernements des pays Membres de l'OCDE, consentis dans le but de mettre sur pied un outil d'évaluation innovant et fournissant de manière régulière des informations sur les acquis des élèves. Les évaluations sont élaborées et approuvées conjointement par les pays participants, puis mises en œuvre par des organisations nationales. La participation constructive des élèves, des enseignants et des chefs d'établissement impliqués dans l'opération a été déterminante pour la réussite de toutes les phases de l'élaboration et de la mise en œuvre du projet.

Le *Conseil des pays participants*, au sein duquel siègent des délégués représentant les autorités éducatives de chaque pays, définit les priorités d'action du programme PISA dans le cadre des objectifs de l'OCDE et veille au respect de ces priorités au cours de la mise en œuvre du programme. Il est chargé de déterminer les priorités concernant l'élaboration des indicateurs, la mise au point des instruments d'évaluation et la présentation des résultats. Des experts des pays participants siègent aussi dans les divers groupes de travail chargés de mettre au service des objectifs du programme PISA les meilleures compétences techniques disponibles à l'échelon international dans les différents domaines évalués. En contribuant aux travaux de ces groupes d'experts, les pays veillent à ce que les instruments utilisés soient valides sur le plan international et prennent en compte les contextes culturels et éducatifs des pays Membres de l'OCDE, à ce que le matériel d'évaluation se fonde sur des méthodes de mesure rigoureuses et à ce que les instruments d'évaluation mettent l'accent sur l'authenticité et la validité éducative.

Les *pays participants* mettent en œuvre le programme PISA à l'échelon national par l'intermédiaire des Directeurs nationaux de projet (NPM), dans le respect des procédures d'exécution convenues. Les directeurs nationaux de projet jouent un rôle de premier plan pour garantir la bonne qualité de l'exécution du projet et pour contrôler et évaluer les résultats, les analyses, les rapports et les publications.

Les enquêtes sont conçues et réalisées sous la responsabilité d'un *consortium international* dirigé par l'Australian Council for Educational Research (ACER) dans le respect du cadre fixé par le Conseil des pays participants. Sont également membres de ce consortium l'Institut national pour l'évaluation de l'enseignement (CITO) aux Pays-Bas, WESTAT et l'Educational Testing Service (ETS) aux États-Unis et le National Institute for Educational Policy Research (NIER) du Japon.



Le Secrétariat de l'OCDE est responsable de la gestion globale du programme. Il en suit la mise en œuvre au jour le jour, assure le secrétariat du Conseil des pays participants, facilite la recherche de consensus entre les pays participants et sert d'interlocuteur entre le Conseil des pays participants et le consortium international chargé de la mise en œuvre des activités. C'est également au Secrétariat de l'OCDE qu'il incombe de produire les indicateurs et les analyses et de préparer les publications et les rapports internationaux en collaboration avec le consortium chargé du projet PISA et en concertation avec les pays de l'OCDE, tant au niveau des orientations politiques (par l'entremise du Conseil des pays participants) qu'au niveau de la réalisation (par l'intermédiaire des Directeurs nationaux de projet).

Depuis la création du programme PISA de l'OCDE en 1997, des efforts soutenus sont consentis pour élaborer les cadres conceptuels d'évaluation. Le processus d'élaboration a comporté les étapes suivantes :

- mise au point des définitions opérationnelles des domaines visés et formulation des hypothèses qui sous-tendent cette définition ;
- décisions concernant la structure des tâches à proposer aux élèves afin de pouvoir présenter aux décideurs et aux chercheurs des résultats aussi valides que possible sur les niveaux de compétences acquis dans chaque domaine par les élèves de 15 ans des pays participants ; identification des caractéristiques clés à prendre en considération pour construire des épreuves destinées à un usage international ;
- opérationnalisation des caractéristiques clés à appliquer lors de l'élaboration des épreuves, en se fondant sur les définitions fournies par la littérature scientifique et l'expérience acquise lors d'autres évaluations à grande échelle ;
- validation de ces variables et examen de la contribution que chacune d'entre elles apporte à la description de la difficulté des tâches dans les divers pays participants ;
- préparation d'un schéma d'interprétation des résultats.

Élaborer et valider un cadre conceptuel pour chacun des domaines d'évaluation a principalement pour objectif d'améliorer la qualité des mesures, mais cette approche présente également d'autres avantages potentiels :

- le cadre conceptuel propose une structure et un langage communs pour débattre de la finalité et de l'objet de l'évaluation. Ces débats facilitent l'établissement d'un consensus à propos du cadre conceptuel et des objectifs de l'évaluation ;
- l'analyse des types de savoirs et savoir-faire associés à de bons résultats sert de base à la définition de normes ou de niveaux de compétences. Mieux comprendre ce qu'on mesure et progresser dans l'aptitude à interpréter la signification des scores d'une échelle donne à tous les participants l'occasion



de construire une base empirique commune qui permet de communiquer un ensemble plus riche d'informations aux divers publics visés ;

- identifier et comprendre quelles sont les variables particulières qui sont associées à de bonnes performances permet de mieux cerner l'objet mesuré et d'apporter des améliorations aux évaluations ultérieures ;
- mieux comprendre l'objet qu'on mesure et sa relation avec les conclusions tirées à propos des compétences des élèves permet d'établir un lien entre les politiques éducatives, l'évaluation et la recherche, ce qui, en retour, accroît l'utilité des données recueillies. ┘



Culture mathématique

Définition du domaine.....	26
Fondements théoriques du cadre d'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA.....	28
Organisation du domaine.....	33
▪ Situations et contextes	35
▪ Contenu mathématique : les quatre « idées majeures »	37
▪ Processus mathématiques	42
Évaluer la culture mathématique	55
▪ Caractéristiques des épreuves	55
▪ Structure de l'évaluation	59
▪ Présentation des résultats : développement des échelles de compétence en mathématiques	60
▪ Outils et instruments	62
Synthèse.....	62
Exemples supplémentaires	63
▪ Mathématiques, Unité 1 : PHARE.....	64
▪ Mathématiques, Unité 2 : TARIFS POSTAUX	68
▪ Mathématiques, Unité 3 : BATTEMENTS DE CŒUR	71
▪ Mathématiques, Unité 4 : PAIEMENT À LA SUPERFICIE	74
▪ Mathématiques, Unité 5 : TAILLE DES ÉLÈVES.....	76
▪ Mathématiques, Unité 6 : BALANÇOIRE.....	78
▪ Mathématiques, Unité 7 : RÉSERVOIR D'EAU.....	80
▪ Mathématiques, Unité 8 : TEMPS DE RÉACTION.....	82
▪ Mathématiques, Unité 9 : ASSEMBLAGE DE BLOCS	85
▪ Mathématiques, Unité 10 : TAUX D'UN MÉDICAMENT DANS LE SANG	90
▪ Mathématiques, Unité 11 : L'IMMEUBLE TORSADÉ	94
▪ Mathématiques, Unité 12 : CONCERT ROCK	99
▪ Mathématiques, Unité 13 : TAPIS ROULANTS	101
Élaboration des idées majeures	103
▪ Quantité.....	103
▪ Espace et formes.....	106
▪ Variations et relations	109
▪ Incertitude	113



L'objectif des évaluations PISA est de développer des indicateurs permettant de déterminer dans quelle mesure les systèmes d'enseignement des pays participants ont préparé les jeunes de 15 ans à devenir des citoyens jouant un rôle constructif dans la société. Les évaluations ne se bornent pas aux contenus des programmes scolaires que les élèves ont appris : elles visent surtout à déterminer si les élèves sont en mesure d'utiliser leurs acquis dans des situations qu'ils pourraient rencontrer dans la vie courante.

DÉFINITION DU DOMAINE

L'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA porte sur la capacité des élèves à analyser, à raisonner et à communiquer efficacement des idées lorsqu'ils posent, formulent et résolvent des problèmes mathématiques ou en interprètent les solutions, dans des contextes très variés. En mettant ainsi l'accent sur les problèmes du monde réel, l'évaluation OCDE/PISA ne se limite donc pas aux types de situations et de problèmes qu'il est d'usage d'aborder en classe. Dans les situations de la vie courante, lorsqu'ils font les courses ou la cuisine, lorsqu'ils voyagent, gèrent leur budget, réfléchissent à des questions politiques, etc. les individus sont régulièrement placés dans des situations dans lesquelles l'exploitation des facultés de raisonnement quantitatif ou spatial ou d'autres compétences mathématiques contribue à clarifier, à énoncer ou à résoudre un problème. Ces divers usages des mathématiques se fondent sur les compétences apprises et exercées en résolvant les types de problèmes que l'on rencontre d'habitude dans les manuels scolaires et dans les classes. Ils exigent néanmoins la mise en œuvre de ces compétences dans un contexte moins structuré, où les consignes ne sont pas aussi claires, et où l'élève doit prendre des décisions sur les connaissances qui pourraient être pertinentes et sur la manière de les appliquer de façon efficace.

L'évaluation OCDE/PISA de la culture mathématique a pour objectif de déterminer dans quelle mesure les jeunes de 15 ans peuvent être considérés comme des citoyens informés et réfléchis et des consommateurs intelligents. Les citoyens de tous les pays sont de plus en plus souvent confrontés à des tâches qui impliquent des concepts mathématiques quantitatifs, spatiaux, statistiques ou autres. Les médias, par exemple, (journaux, magazines, télévision, Internet) foisonnent d'informations présentées sous la forme de tableaux, de graphiques et de schémas, dans des domaines comme l'économie, la météorologie, la médecine et le sport – pour n'en citer que quelques-uns. Les individus sont bombardés d'informations sur le réchauffement de la planète et l'effet de serre, la croissance démographique, les nappes d'hydrocarbures et la pollution des mers, la disparition des espaces verts, etc. Enfin et surtout, il leur faut être en mesure de lire des formulaires, d'interpréter des horaires d'autobus et de train, d'effectuer correctement des transactions financières, d'identifier, au marché, le produit qui présente le meilleur rapport qualité-prix, etc. La culture mathématique OCDE/PISA met l'accent sur la capacité des jeunes de 15 ans (l'âge auquel de nombreux élèves arrivent au terme des cours de



mathématiques inscrits aux programmes de scolarité obligatoire) à exploiter leurs acquis mathématiques pour comprendre ces problèmes et à mener à bien les tâches qui en découlent.

La définition de la culture mathématique retenue par le programme OCDE/PISA est la suivante :

La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

Quelques explications s'imposent pour clarifier la définition de ce domaine.

La culture mathématique...

L'expression « culture mathématique » a été choisie pour mettre l'accent sur l'utilisation fonctionnelle de connaissances mathématiques dans un grand nombre de situations différentes et de manière variée, réfléchie, s'appuyant sur une compréhension en profondeur. Bien entendu, pour qu'une telle utilisation des mathématiques soit réellement possible et effective, quantité de connaissances fondamentales et de savoir-faire mathématiques sont indispensables ; ces acquis font partie intégrante de notre définition de la culture mathématique. Ainsi, la maîtrise de la langue présuppose un riche vocabulaire et une connaissance approfondie des règles grammaticales, de la phonétique et de l'orthographe – sans toutefois se limiter à ces aspects : pour communiquer, les individus combinent ces éléments de manière créative, en réponse aux diverses situations de la vie courante où ils se trouvent placés. De même, la « culture mathématique » ne peut se réduire à la connaissance de la terminologie mathématique, de propriétés et de procédures, ni aux savoir-faire permettant d'effectuer certaines opérations ou d'appliquer certaines méthodes, tout en présupposant, bien sûr, l'existence de ces compétences. Ce qui caractérise la culture mathématique est la mise en œuvre créative de ces compétences pour répondre aux exigences suscitées par les situations externes où se trouve l'individu.

... le monde...

Le terme « monde » dans cette définition signifie l'environnement physique, social et culturel dans lequel vit l'individu. Comme l'affirme Freudenthal (1983), « les concepts, les structures et les idées mathématiques ont été créés en tant qu'outils d'organisation des phénomènes du monde physique, social ou mental » (p. ix).

...s'engager dans des activités mathématiques ...

L'expression « s'engager dans des activités mathématiques » se rapporte au fait d'utiliser les mathématiques et de résoudre des problèmes mathématiques, mais fait référence aussi à des formes plus larges d'engagement personnel, comme le fait de *communiquer*, de *prendre position par rapport à*, d'*établir des liens*, d'*évaluer* ou même d'*apprécier* les mathématiques ou d'y *prendre plaisir*. La



définition de la culture mathématique comprend donc l'usage fonctionnel des mathématiques au sens étroit, mais aussi la préparation à de futures études ainsi que les dimensions esthétique et récréative des mathématiques.

...sa vie ...

Le terme « vie » comprend la vie privée et professionnelle de l'individu, sa vie sociale au contact de son entourage et ses proches, ainsi que sa vie en tant que citoyen et membre d'une collectivité.

Au cœur même de la notion de culture mathématique se trouve la capacité de poser, de formuler, de résoudre et d'interpréter des problèmes à l'aide des mathématiques dans des situations et des contextes très divers, depuis des situations purement mathématiques jusqu'à celles qui ne présentent, au départ, aucune structure mathématique visible – celle-ci devant être introduite par la personne qui pose ou résout le problème. Il faut également insister sur le fait que cette définition n'inclut pas uniquement un niveau élémentaire de connaissances mathématiques, mais qu'elle s'applique à la mise en œuvre de mathématiques dans des situations présentant toutes sortes de problèmes, des plus quotidiens et simples jusqu'aux plus inhabituels et complexes.

Les attitudes et les affects liés aux mathématiques tels que la confiance en soi, la curiosité, le sentiment que les mathématiques sont intéressantes ou importantes, l'envie d'agir et de comprendre ne sont pas considérés comme des composantes proprement dites de la définition de la culture mathématique, tout en y contribuant, néanmoins, de manière importante. Il est possible, en principe, d'avoir une culture mathématique sans pour autant posséder les attitudes et affects mentionnés ci-dessus. En pratique, il est cependant peu probable qu'un individu fasse véritablement usage de sa culture mathématique, telle qu'elle est définie ici, s'il n'a pas un certain degré de confiance en lui et de curiosité, un intérêt et un désir d'accomplir ou de comprendre des choses possédant une dimension mathématique. L'importance des corrélations entre ces attitudes et affects et la culture mathématique est bien connue. Elles ne sont pas à proprement parler des composantes de l'évaluation de la culture mathématique, mais seront abordés dans d'autres volets du programme OCDE/PISA.

FONDEMENTS THÉORIQUES DU CADRE D'ÉVALUATION DE LA CULTURE MATHÉMATIQUE OCDE/PISA

La définition de la culture mathématique adoptée dans le programme OCDE/PISA est en adéquation avec la théorie globale et intégrée de la structure et de l'usage du langage que décrivent des études récentes en matière de compétences socioculturelles. Dans l'ouvrage de James Gee, *Preamble to a Literacy Program* (1998), le terme anglais de « literacy »¹ (aptitude à lire et à écrire en général)

1. Ce terme est assez éloigné de l'acception du néologisme français « littératie », tel qu'il est utilisé par les chercheurs en éducation, NDT.



renvoie à l'usage que les individus font du langage. En fait, la capacité de lire, d'écrire, de comprendre et de parler une langue est l'outil le plus important que nous ayons à notre disposition, c'est le vecteur de l'activité sociale humaine. Chaque langue et chaque usage de la langue se caractérisent par une structure élaborée reliée de manière complexes à une série de fonctions différentes. Savoir lire et écrire une langue implique la maîtrise d'une grande partie des ressources de la structure de cette langue ainsi que la faculté d'exploiter ces ressources dans différentes fonctions sociales. De même, si l'on considère les mathématiques comme un langage, les élèves doivent non seulement se familiariser avec les caractéristiques structurelles du discours mathématique (les termes, les faits, les signes et symboles, les procédures, la capacité à effectuer certaines opérations dans des sous-domaines mathématiques spécifiques et l'organisation de ces concepts dans chacun des sous-domaines), mais aussi apprendre à utiliser ces concepts pour résoudre des problèmes qui sortent de l'ordinaire, dans diverses situations définies en termes de fonctions sociales. À noter que les caractéristiques structurelles des mathématiques n'impliquent pas uniquement la maîtrise des concepts, procédures et termes fondamentaux qui sont généralement enseignés à l'école, mais également le fait de savoir comment ces caractéristiques sont structurées et utilisées. Malheureusement, force est de constater qu'une bonne connaissance des caractéristiques structurelles des mathématiques ne va pas forcément de pair avec la compréhension de leur structure ou de leur mode d'exploitation aux fins de résolution de problèmes. L'exemple suivant illustre cette notion théorique d'interaction entre « caractéristiques structurelles » et « fonctions » qui sous-tend le cadre d'évaluation de la culture mathématique du programme OCDE/PISA.

Mathématiques, exemple 1 : LAMPADAIRE

Le conseil municipal a décidé d'installer un lampadaire dans un petit parc public triangulaire. Son intention est d'éclairer l'ensemble du parc. Où faut-il placer ce lampadaire ?

Ce problème, à caractère social, peut être résolu par le biais de la stratégie généralement appliquée par les mathématiciens, que le cadre d'évaluation de la culture mathématique désignera sous le terme de *mathématisation*. On considère que la mathématisation comporte cinq aspects :

1. Commencer par un problème relevant de la réalité :
Déterminer l'endroit du parc où le lampadaire doit être placé.
2. Organiser le problème en fonction de concepts mathématiques :
Le parc peut être représenté par un triangle et l'éclairage produit par un cercle au centre duquel se trouve le lampadaire.
3. Effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation et la formalisation (dont



l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème réel en un problème mathématique qui soit le reflet fidèle de la situation) :

Une fois transformé, le problème revient à localiser le centre d'un cercle qui circonscrit un triangle.

4. Résoudre le problème mathématique :

Sachant que le centre du cercle qui circonscrit le triangle se trouve au point d'intersection des médiatrices perpendiculaires aux côtés du triangle, tracez les médiatrices de deux des côtés du triangle. Le point d'intersection des médiatrices correspond au centre du cercle.

5. Comprendre la solution mathématique et l'appliquer à la situation réelle :

Il faut maintenant relier ce résultat au contexte réel du parc. Il faut donc réfléchir à la solution et, par exemple, comprendre que cette solution ne pourrait être appliquée si l'un des angles du triangle était obtus. Dans ce cas, en effet, il faudrait installer le lampadaire à l'extérieur du parc. D'autres facteurs, comme l'emplacement et la taille des arbres affectent également l'adéquation de la solution mathématique.

Ce sont ces processus qui définissent au sens large la manière dont les mathématiciens *font des mathématiques*, dont les gens utilisent les mathématiques dans une série d'activités, réelles ou potentielles, et dont les citoyens informés et réfléchis devraient appliquer les mathématiques pour s'engager pleinement et de manière compétente dans des activités du monde réel. En fait, l'apprentissage du processus de *mathématisation* devrait être le principal objectif éducatif pour tous les élèves.

Aujourd'hui ou dans un avenir proche, tous les pays doivent pouvoir s'appuyer sur des citoyens mathématiquement « cultivés », à même d'affronter la complexité et le caractère très évolutif de la société. À l'heure où le volume d'informations disponibles augmente de manière exponentielle, les citoyens doivent être en mesure de décider comment traiter ces montagnes d'informations. Dans les débats publics, il est fait appel de plus en plus souvent à des informations quantitatives pour étayer des argumentations. Un exemple peut illustrer combien il est important que les citoyens possèdent une culture mathématique : le fait que nous soyons de plus en plus souvent amenés à poser des jugements et à évaluer l'exactitude des conclusions et des affirmations basées sur des informations tirées d'enquêtes et d'études. Pouvoir juger du bien-fondé des assertions découlant de ce type d'arguments est – et deviendra de plus en plus – une composante cruciale du profil de citoyen responsable. Les étapes du processus de mathématisation présentées dans ce cadre d'évaluation sont les éléments fondamentaux de l'utilisation des mathématiques dans des situations aussi complexes. Les conséquences d'une incapacité à mettre en œuvre des notions mathématiques peuvent malheureusement être graves, en termes, notamment, de confusion dans la prise de décisions personnelles, de vulnérabilité accrue aux thèses pseudo-scientifiques, voire de prises de décision malencontreuses dans la vie professionnelle et publique.

Les citoyens mathématiquement cultivés sont à même de prendre conscience du rythme rapide des évolutions et dès lors de comprendre à quel point il est important d'être ouvert à l'apprentissage tout au long de la vie. Affronter ces changements de manière créative, souple et pratique est indispensable pour garantir une citoyenneté réussie. Les compétences enseignées à l'école ne peuvent probablement pas suffire aux besoins des citoyens au cours de la plus grande partie de leur vie d'adulte.

Le monde du travail se fait l'écho d'exigences similaires. On attend de moins en moins des travailleurs qu'ils reproduisent de manière répétitive les mêmes tâches physiques tout au long de leur vie professionnelle. Désormais, ils participent activement au contrôle de la production générée par des machines à la pointe de la technologie, traitent un flot continu d'informations et prennent part à des processus de recherche de solutions en équipe. Les tendances actuelles montrent que de plus en plus de professions requerront la faculté de comprendre, de communiquer, d'utiliser et d'expliquer des concepts et des procédures faisant appel à la pensée mathématique – un type de pensée dont les diverses étapes du processus de mathématisation sont les pierres ouvrières.

Enfin, les citoyens mathématiquement cultivés tendent à apprécier les mathématiques et à considérer qu'il s'agit d'une discipline dynamique, évolutive et utile, qu'ils peuvent souvent mettre à profit selon leurs besoins.

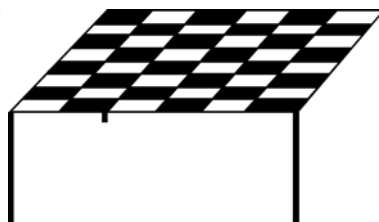
Le défi opérationnel auquel est confronté le programme OCDE/PISA consiste à évaluer la culture mathématique en termes de capacité à *mathématiser*. Cela n'est guère aisé à réaliser dans le cadre d'un test minuté, car l'ensemble du processus à appliquer pour passer de la réalité au concept mathématique puis revenir à la réalité implique souvent un travail en coopération avec d'autres et la mise en œuvre de ressources appropriées, ce qui prend beaucoup de temps.

Pour illustrer la *mathématisation* dans le cadre d'un exercice complexe de résolution de problèmes, considérons l'exemple « Fête foraine », un travail effectué par les élèves d'une classe de grade 8 (Romberg, 1994).

Mathématiques, exemple 2 : L'ÉCHIQUIER DE LA FÊTE FORAINE

A la fête foraine, des joueurs lancent des pièces de monnaie sur une sorte d'échiquier. Si la pièce touche le bord d'une case, elle est perdue. Si elle roule et tombe de l'échiquier, le joueur la récupère. Mais si la pièce atterrit au milieu d'une case sans en toucher les bords, le joueur la récupère et gagne un prix. Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?

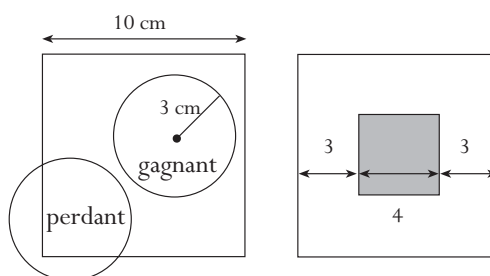
Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?





Cet exercice se situe de toute évidence dans la réalité. Tout d'abord, les élèves ont compris que la probabilité de gagner dépend des surfaces relatives des cases et de la pièce de monnaie (identification des variables importantes). Ils ont ensuite réalisé qu'il serait plus simple, pour transformer le problème réel en un problème mathématique, d'étudier la relation entre une seule case et un cercle plus petit (mise en ordre de la réalité). Puis ils ont décidé de construire un exemple spécifique (en se servant d'une méthode heuristique de résolution des problèmes: « si tu n'arrives pas à résoudre ce problème, attaque-toi à un problème que tu peux résoudre »). Il convient de souligner que tout le travail qui a suivi a été mené sur la base de cet exemple spécifique, sans référence à l'échiquier, au prix, etc. Les élèves ont retenu, pour cet exemple, une pièce d'un rayon de 3 centimètres et une case de 10 centimètres de côté. Ils ont compris que pour gagner, le centre de la pièce doit se situer à 3 centimètres au moins de chacun des côtés de la case et que si ce n'est pas le cas, la pièce chevauchera deux cases. La surface prise comme exemple est le carré de 10 centimètres de côté, et la surface gagnante, un carré de 4 centimètres de côté. Les relations sont présentées dans la figure suivante :

**Figure 1.1 ■ Un lancer gagnant et un lancer perdant (à gauche)
Surface de l'exemple et surface gagnante (à droite)**



La probabilité de gagner s'obtient en calculant le rapport entre la surface de la case choisie comme exemple et la surface gagnante ($p = 16/100$ dans cet exemple). Les élèves ont ensuite pris en considération des pièces d'autres tailles et généralisé le problème en formulant la solution en termes algébriques. Enfin, ils ont développé ce résultat en établissant les aires relatives des pièces de monnaie et des cases dans diverses situations concrètes, puis ont construit des échiquiers et ont testé leurs résultats de manière empirique (rapportant ainsi le sens de la solution mathématique à la situation réelle).

Cette solution met bien en évidence les cinq aspects de la *mathématisation*. Bien que ce problème soit complexe, tout élève de 15 ans devrait en principe maîtriser les concepts mathématiques requis pour le résoudre. Il convient cependant de souligner que les élèves de cette classe ont travaillé ensemble pendant trois jours à la résolution de cet exercice.

Idéalement, pour déterminer si des élèves de 15 ans sont en mesure d'exploiter leurs acquis mathématiques pour résoudre les problèmes mathématiques qu'ils rencontrent dans le monde qui les entoure, il faudrait pouvoir recueillir des

informations sur leur capacité à *mathématiser* un certain nombre de situations complexes de ce genre. C'est, de toute évidence, impossible. L'approche retenue dans le cadre du programme OCDE/PISA a été, plutôt, d'élaborer des items qui permettent d'évaluer les différents aspects de ce processus. La section suivante décrit la stratégie choisie pour créer une batterie équilibrée d'items, conçue de manière à ce que l'échantillon d'items sélectionné couvre les cinq aspects de la *mathématisation*, et que les réponses à ces items puissent être utilisées pour situer les élèves sur une échelle de compétence représentant l'indicateur du *construct*² OCDE/PISA de culture mathématique.

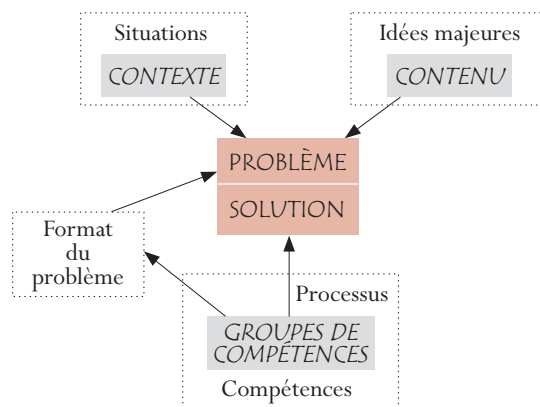
ORGANISATION DU DOMAINE

Le cadre d'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA définit les fondements théoriques et la nature de l'évaluation qui sera menée pour déterminer dans quelle mesure les jeunes de 15 ans sont capables d'utiliser les mathématiques de manière pertinente lorsqu'ils doivent affronter des problèmes de la vie réelle. En termes plus généraux, l'objectif est de mesurer la culture mathématique des jeunes de 15 ans. Pour décrire de manière précise le domaine évalué, il y a lieu de distinguer trois composantes :

- les *situations et les contextes* où se placent les problèmes que les élèves doivent résoudre ;
- le contenu mathématique qui doit être utilisé pour résoudre ces problèmes, organisé autour d'un certain nombre d'*idées majeures* ;
- surtout, les *compétences* à activer au cours du processus de mise en relation entre le monde réel, qui donne naissance aux problèmes, et les mathématiques, pour aboutir à leur résolution.

Figure 1.2 ci-après présente ces trois composantes. Les paragraphes suivants fournissent leur description.

Figure 1.2 ■ Les composantes du domaine de la culture mathématiques



2. Le terme « construct » a volontairement été laissé en anglais, car il est d'usage courant dans la terminologie technique relative aux tests ; il renvoie à la dimension latente que cherche à mesurer une épreuve grâce aux données observables que constituent les réponses des élèves.

L'étendue de la culture mathématique d'un individu se reflète dans la manière dont il utilise son savoir et ses connaissances mathématiques pour résoudre des problèmes. Les problèmes (et leurs solutions) peuvent se présenter dans des « situations » et des « contextes » très divers lors des expériences vécues par l'individu. Les problèmes utilisés dans le programme OCDE/PISA s'inspirent du monde réel à deux égards. En premier lieu, les problèmes s'inscrivent dans des situations générales qui sont pertinentes par rapport à la vie des élèves. Ces situations, qui font partie du monde réel, sont représentées par le grand encadré situé dans le coin supérieur gauche de la figure. Au sein de chacune de ces situations, les problèmes ont un contexte plus spécifique. Ces contextes sont représentés par le petit encadré situé à l'intérieur de l'encadré Situations.

Dans les exemples cités ci-dessus, la situation fait référence à la collectivité locale ; les contextes sont l'éclairage du parc (exemple 1) et l'échiquier du jeu de fête foraine (exemple 2).

La seconde composante du monde réel à prendre en considération pour définir la culture mathématique, est le *contenu mathématique* qu'une personne peut identifier et utiliser afin de résoudre un problème. Pour définir ce contenu, l'on s'est fondé sur la description de quatre grandes catégories qui recouvrent les types de problèmes apparaissant lors des interactions avec les phénomènes du monde réel, et qui reposent sur une conception de la manière dont les contenus mathématiques se manifestent dans la vie des individus. Dans l'évaluation OCDE/PISA, ces catégories sont appelées « idées majeures » : *quantité, espace et formes, variations et relations, incertitude*. Cette approche du contenu est sensiblement différente de celle, plus familière, qui est propre au curriculum de mathématiques et aux matières généralement enseignées à l'école. Cependant, les idées majeures recouvrent largement les diverses matières mathématiques que les élèves de quinze ans sont censés avoir appris. Les idées majeures sont représentées par le grand cercle situé dans le coin supérieur droit de la figure 1.2. Le contenu utilisé dans la résolution d'un problème est tiré de ces idées majeures, et est représenté par le petit encadré situé à l'intérieur de l'encadré Idées majeures.

Les flèches qui partent des cases « Contexte » et « Contenu » pour rejoindre la case « Problème » montrent comment le monde réel (y compris les mathématiques) donne lieu à un problème.

Le problème du parc implique des connaissances en géométrie qui sont en rapport avec les concepts d'espace et de forme, tandis que celui de la fête foraine relève, du moins dans les premières étapes, du concept d'incertitude et requiert l'application de connaissances en matière de probabilité.

Les *compétences mathématiques* désignent les processus mathématiques qu'appliquent les élèves lorsqu'ils tentent de résoudre des problèmes. Trois *groupes de compétences* résument les divers processus qui sont nécessaires pour la résolution de problèmes. Ils reflètent la manière dont les processus mathématiques sont généralement appliqués lors de la résolution de problèmes issus des interactions des élèves avec le monde où ils vivent. Ils sont détaillés dans des sections ultérieures de ce chapitre.



En conséquence, la composante processus de ce cadre d'évaluation est représentée dans figure 1.2 par un grand encadré, qui renvoie aux compétences mathématiques générales, et par l'encadré plus petit qui désigne les trois groupes de compétences. Les compétences particulières nécessaires à la résolution d'un problème seront en rapport avec la nature du problème et elles sont reflétées dans la solution trouvée. Cette relation est représentée par la flèche allant des groupes de compétences au problème et sa solution.

La dernière flèche du schéma établit une relation entre les groupes de compétences et le format du problème. Les compétences employées dans la résolution d'un problème sont en rapport avec la forme de ce problème et ses exigences spécifiques.

Il convient de souligner ici que les trois composantes qui viennent d'être décrites sont de nature différente. Les situations et contextes désignent les divers domaines de la réalité dont sont issus les problèmes ; les idées majeures renvoient à la manière dont le monde apparaît une fois les « lunettes mathématiques » chaussées ; les compétences, quant à elles, sont au cœur même de la culture mathématique. C'est seulement lorsqu'ils possèdent certaines compétences que les élèves sont à même de s'attaquer avec succès à la résolution de tel ou tel problème. Évaluer la culture mathématique consiste notamment à déterminer dans quelle mesure les élèves possèdent ces compétences mathématiques et peuvent les appliquer efficacement dans des situations présentant un problème.

Ces trois composantes sont décrites de manière plus approfondie dans les sections qui suivent.

Situations et contextes

Pouvoir utiliser les mathématiques ou « faire des mathématiques » dans des situations très diverses est une composante importante de la définition de la culture mathématique. Il a été établi, en effet, que lorsqu'un individu a affaire à des thèmes qui se prêtent à un traitement mathématique, ses représentations mathématiques et les méthodes qu'il choisit dépendent souvent des situations dans lesquelles ces problèmes s'inscrivent.

On entend par situation le domaine spécifique de la réalité des élèves où les tâches qu'on leur demande d'effectuer ont été placées. La situation se trouve à une certaine distance des élèves. Dans l'évaluation OCDE/PISA, les situations les plus proches des élèves sont celles qui relèvent de la vie personnelle. Viennent ensuite les situations appartenant à la vie scolaire, puis au travail et loisirs, puis à la collectivité locale et à la société, qui font toutes appel à des aspects de la vie courante. Les situations les plus éloignées sont celles d'ordre scientifique. Quatre situations-type seront donc définies et utilisées pour les problèmes à résoudre : celles relevant des domaines personnel, éducatif / professionnel, public et scientifique.

Le contexte renvoie au mode particulier de présentation de l'item au sein de la situation. Il est constitué de l'ensemble des détails caractérisant l'énoncé du problème.



Considérons l'exemple suivant :

Mathématiques, exemple 3 : **COMPTE D'ÉPARGNE**

Un montant de 1000 zeds est déposé sur un compte d'épargne à la banque. Deux options sont proposées : soit un rendement à un taux annuel de 4 %, soit une prime immédiate de 10 zeds et un rendement à un taux annuel de 3 %. Quelle est la meilleure option après un an ? Et après deux ans ?

Pour cet item, la situation est « finances et banque » ; il s'agit d'une situation en rapport avec la collectivité locale et la société, classée par OCDE/PISA dans la catégorie des situations « publiques ». L'argent (les zeds) et les taux d'intérêt pratiqués pour un compte bancaire constituent le contexte de cet item.

Notons que ce problème pourrait faire partie de l'expérience vécue par le jeune dans sa vie courante. Il fournit un contexte *authentique* d'utilisation des mathématiques, puisque l'application des mathématiques dans ce contexte est en relation directe avec la résolution du problème, contrairement aux problèmes fréquemment rencontrés dans les manuels scolaires où l'objectif principal est d'exercer systématiquement les mathématiques plutôt que de les utiliser pour résoudre un problème réel³. Cette *authenticité* dans l'utilisation des mathématiques est un aspect important de la conception et de l'analyse des items OCDE/PISA, en rapport étroit avec la définition de culture mathématique.

Notons également que certains éléments du problème sont imaginaires – la monnaie utilisée est fictive. Le choix d'éléments fictifs est motivé par le souci de ne pas avantager injustement les élèves de certains pays.

Situation et contexte d'un problème peuvent être définis en termes de distance entre le problème et les mathématiques impliquées. Si un exercice se réfère uniquement à des objets, des symboles ou des structures mathématiques, et ne fait référence à aucun thème externe au monde mathématique, le contexte est considéré comme intra-mathématique et l'exercice sera classé comme appartenant à une situation de type « scientifique ». Un petit nombre d'items de ce type sera inclus dans l'évaluation OCDE/PISA : le lien entre le problème et les mathématiques sous-jacentes est alors rendu explicite par le contexte. D'habitude, les problèmes rencontrés dans la vie courante ne sont pas rédigés en termes mathématiques explicites et se réfèrent à des objets du monde réel. Ces contextes sont considérés comme « extra-mathématiques » ; c'est l'élève qui doit traduire ces contextes en termes mathématiques. En général, l'évaluation OCDE/PISA donne la préférence à des tâches qui peuvent être

³. Le mot « authentique » ne veut pas dire ici que les questions de mathématiques posées sont, en quelque sorte, authentiques ou réelles. L'évaluation OCDE/PISA en mathématiques utilise ce mot pour indiquer que l'utilisation des mathématiques dans ces épreuves a véritablement pour but de résoudre le problème posé, par opposition aux cas où le problème n'est qu'un prétexte, utilisé pour exercer l'élève à effectuer des opérations mathématiques.



rencontrées dans des situations de la vie réelle, qui s'inscrivent dans des contextes authentiques donnant lieu à l'usage des mathématiques d'une manière qui est susceptible d'influencer les solutions et leurs interprétations. Ceci n'exclut pas l'utilisation d'exercices dont le contexte est imaginaire, pour autant que certains éléments de ce contexte soient réels, que la situation ne soit pas trop éloignée de la vie courante et que l'utilisation des mathématiques pour résoudre le problème soit authentique. L'exemple 4 présente un problème où le contexte, imaginaire, est « extra-mathématique ».

Mathématiques, exemple 4 : PIÈCES DE MONNAIE

Serait-il concevable de mettre en place un système de pièces de monnaie en n'utilisant que les valeurs 3 et 5 ? Plus spécifiquement, quels sont les montants qui pourraient être obtenus sur cette base ? Un tel système serait-il souhaitable ?

La qualité de ce problème ne tient pas en premier lieu à sa ressemblance avec la vie courante, mais au fait que l'item est intéressant d'un point de vue mathématique et qu'il fait appel à des compétences liées à la culture mathématique. Un des atouts les plus puissants des mathématiques vient de ce qu'elles peuvent être utilisées pour expliquer des scénarios hypothétiques et pour explorer des situations ou des systèmes potentiels, même s'il est peu probable que ceux-ci soient mis effectivement en œuvre dans le monde réel. Un tel problème serait classé comme appartenant à une situation de type « scientifique ».

En résumé, l'évaluation OCDE/PISA privilégie les problèmes qui peuvent se rencontrer dans diverses situations de la vie réelle et qui s'inscrivent dans un contexte pour lequel l'application des mathématiques pour résoudre le problème est authentique. Les problèmes dont les contextes extra-mathématiques influencent les solutions et leur interprétation sont ceux qui servent le mieux les objectifs d'une évaluation de la culture mathématique, puisqu'ils sont ceux que l'on rencontre le plus couramment dans la vie de tous les jours.

Contenu mathématique : les quatre « idées majeures »

Les concepts, les structures et les notions mathématiques sont des outils qui ont été créés pour organiser les phénomènes du monde naturel, social et mental. Les programmes d'enseignement des mathématiques sont organisés autour d'un découpage logique des matières (l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie, etc.) qui reflète les diverses branches, historiquement bien établies, de la pensée mathématique, et facilite la mise au point d'une progression structurée. Or, dans la réalité, les phénomènes qui se prêtent à un traitement mathématique ne se manifestent pas d'une manière aussi logiquement organisée. Il est rare que des problèmes se présentent sous des formes et dans des contextes tels que l'exploitation de connaissances relevant d'une seule branche autorise leur compréhension et leur résolution. Le problème de la « fête foraine » décrit par l'exemple 2 illustre bien le cas d'un problème relevant de plusieurs domaines mathématiques à la fois.



L'objectif de l'évaluation OCDE/PISA étant de mesurer la capacité des élèves à résoudre des problèmes réels, notre stratégie a été de définir l'éventail de contenus à évaluer en utilisant une approche phénoménologique pour décrire les concepts, structures et notions mathématiques. Cela revient à définir les contenus par rapport aux phénomènes et aux types de problèmes pour lesquels ils ont été créés. Cette démarche a le mérite de garantir la cohérence entre les aspects clés de l'évaluation et la définition des domaines, tout en couvrant un ensemble de contenus qui inclut les points de matière figurant généralement dans d'autres évaluations mathématiques ainsi que dans les programmes nationaux d'enseignement des mathématiques.

Donner une organisation phénoménologique aux contenus mathématiques n'est pas une approche nouvelle. On trouve ce type de description des mathématiques dans deux ouvrages très connus : *On the shoulders of giants : New approaches to numeracy* (Steen, 1990), et *Mathematics : The science of patterns* (Devlin, 1994). Les noms donnés à l'approche elle-même, tout comme aux diverses catégories phénoménologiques sont toutefois très variés. Citons, parmi les étiquettes rencontrées pour cette approche : « idées profondes » ou « fondamentales », « idées majeures », « concepts clef de voûte », « concepts sous-jacents », « concepts majeurs » ou encore « problématiques ». C'est l'expression « idée majeure » qui sera retenue pour le cadre d'évaluation OCDE/PISA 2003 de la culture mathématique.

On peut identifier un grand nombre d'idées majeures potentielles dans le domaine des mathématiques. En se bornant aux deux ouvrages mentionnés ci-dessus, on peut déjà citer : modèles, dimensions, quantité, incertitude, formes, changement, comptage, raisonnement et communication, mouvement et variations, symétrie et régularité, positions. Lesquelles faut-il utiliser dans le cadre d'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA ? Il est important, pour bien cerner le domaine de la culture mathématique, de sélectionner un ensemble de problématiques issues des développements historiques dans le domaine des mathématiques et doué d'une variété et d'une profondeur suffisantes pour mettre en évidence l'essence des mathématiques, tout en représentant de manière acceptable les contenus traditionnels des branches mathématiques.

Pendant des siècles, les mathématiques ont été essentiellement la science des nombres, associée à une géométrie relativement concrète. La période s'étendant jusqu'au cinquième siècle avant J.C., vit l'établissement du concept de nombre et le développement des opérations sur les nombres et les quantités (notamment les quantités résultant de mesures géométriques) en Mésopotamie, en Égypte et en Chine. De 500 avant J.C. jusqu'à 300 après J.C., l'ère grecque des mathématiques se concentra sur l'étude de la géométrie en tant que théorie axiomatique. Ce sont les Grecs qui redéfinirent les mathématiques en termes de science unifiée des nombres et formes. C'est entre 500 et 1300 après J.C. que, dans le monde islamique, en Inde et en Chine, le changement majeur suivant prit place ; l'algèbre fut établie en tant que branche des mathématiques et l'étude des relations fut ainsi fondée. Lorsque Newton et Leibniz inventèrent,



indépendamment l'un de l'autre, le calcul différentiel (l'étude des variations, de la croissance et des limites) au 17^{ème} siècle, les mathématiques devinrent une étude intégrée des nombres, formes, variations et relations.

Au 19^{ème} et 20^{ème} siècles on a assisté à un accroissement important des connaissances mathématiques et de l'étendue des phénomènes et des problèmes qui ont pu être abordés de manière mathématique (notamment les aspects liés au hasard et aux quantités indéterminées). En raison de ces développements, il est devenu de plus en plus difficile de donner des réponses simples à la question « Que sont les mathématiques ? ». En ce nouveau millénaire, beaucoup considèrent les mathématiques comme la science des structures (au sens général du terme). On peut dès lors sélectionner des idées majeures reflétant ces nouveaux développements : les structures récurrentes dans les domaines de la *quantité*, de l'*espace et des formes*, et des *variations et relations* constituent les concepts clé de toute description des mathématiques, et sont au cœur de tout programme scolaire, que ce soit à l'école secondaire ou à l'université. Cependant, maîtriser la culture mathématique signifie plus encore. Savoir aborder l'incertitude dans une perspective mathématique et scientifique est essentiel. C'est pour cette raison que des éléments de la théorie des probabilités et des statistiques sont retenus pour la quatrième idée majeure, l'*incertitude*.

La liste suivante d'*idées majeures* a donc été retenue pour l'évaluation OCDE/ PISA 2003, afin de tenir compte du développement historique du domaine, d'en assurer une couverture aussi large que possible, et de refléter au mieux les aspects principaux des programmes scolaires :

- *quantité* ;
- *espace et formes* ;
- *variations et relations* ;
- *incertitude*.

Ces quatre idées permettent d'organiser le contenu mathématique en un nombre suffisant d'aspects pour assurer une bonne répartition des items sur l'ensemble du curriculum de mathématiques, mais en même temps leur nombre est suffisamment restreint pour éviter une division trop 'fine' qui irait à l'encontre de l'élaboration de problèmes basés sur des situations réelles

La notion d'idée majeure est, à la base, celle d'un ensemble de phénomènes et de concepts qui « font sens » et que l'on peut rencontrer dans une multitude de situations différentes. Par sa nature, chaque idée majeure peut être perçue comme une sorte de notion globale se rapportant à une dimension générale du contenu mathématique. Cela implique que les idées majeures ne peuvent être strictement isolées les unes des autres⁴. Chacune d'entre elles représente plutôt une perspective, un point de vue propre, dont on peut dire qu'il possède un noyau ou un centre de gravité, et des contours flous autorisant le chevauchement

4. Pas plus que ne peuvent l'être les diverses branches mathématiques classiques, bien entendu.



avec d'autres idées majeures. Les quatre idées majeures sont brièvement décrites ci-dessous ; elles seront explorées plus loin de manière plus fouillée.

Quantité

Ce thème met l'accent sur la nécessité d'opérer des quantifications pour organiser le monde. Il couvre divers aspects importants, en particulier : appréhender des grandeurs relatives, reconnaître des récurrences numériques, utiliser des nombres pour représenter les quantités et les attributs quantifiables des objets du monde réel (comptage et mesures). Font également partie de ce thème le traitement et la compréhension des nombres, sous les différentes formes qu'ils peuvent prendre lorsque nous les rencontrons.

Le raisonnement quantitatif est un autre aspect important lorsqu'on est confronté à la *quantité*. Parmi les composantes essentielles du raisonnement quantitatif, on peut citer : avoir le sens des nombres, pouvoir représenter des nombres sous diverses formes, comprendre la signification des opérations, « sentir » l'ordre de grandeur des nombres ou ce qu'est un calcul mathématiquement élégant, pouvoir effectuer des calculs mentaux et des estimations.

Espace et formes

Les régularités de structure sont omniprésentes autour de nous : dans le langage, la musique, les images vidéo, la circulation, les constructions d'immeubles, l'art. Les formes peuvent être considérées comme des structures : maisons, immeubles de bureaux, ponts, étoiles de mer, flocons de neige, plans de ville, feuilles de trèfle, cristaux, ombres. Les structures géométriques peuvent servir de modèles relativement simples pour quantité de phénomènes, et leur étude est possible et souhaitable à tous les niveaux (Grünbaum, 1985).

Lorsque nous étudions des formes et des constructions, nous nous intéressons à leurs similitudes et à leurs différences en analysant leurs composantes formelles et en nous efforçant de reconnaître des formes sous des représentations et dans des dimensions différentes. L'étude des formes est étroitement liée à « l'appréhension de l'espace », c'est à dire au fait d'apprendre à connaître, à explorer et à conquérir l'espace afin de mieux comprendre comment nous y vivons, nous y respirons et nous nous y déplaçons (Freudenthal, 1973).

Nous devons pour cela être capables de comprendre les propriétés des objets et leurs positions relatives. Nous devons être conscients de la manière dont nous voyons les choses et savoir pourquoi nous les percevons de cette manière. Nous devons apprendre à nous orienter dans l'espace, au sein de constructions et de formes. Cela implique que nous comprenions la relation entre une forme et son image, ou sa représentation visuelle – par exemple, entre une ville réelle et les photographies ou le plan qui la représente. Il nous faut aussi comprendre comment des objets en trois dimensions peuvent être représentés en deux dimensions, comment les ombres se forment et s'interprètent, ce qu'est la perspective et comment elle fonctionne.



Variations et relations

Tout phénomène naturel est la manifestation d'une variation, et le monde autour de nous nous permet d'observer quantité de relations provisoires ou permanentes entre phénomènes. À titre d'exemple, citons les organismes qui changent en grandissant, le cycle des saisons, le flux et le reflux des marées, les fluctuations des taux de chômage, les changements météorologiques et l'évolution des indices boursiers. Certains de ces processus de variation peuvent être décrits ou modélisés par des fonctions mathématiques simples : fonctions linéaires, exponentielles, périodiques, logistiques, qu'elles soient discrètes ou continues. Mais de nombreux processus relèvent de catégories différentes, et l'analyse des données est souvent essentielle pour identifier le type de relation. Les relations mathématiques se présentent souvent sous la forme d'équations ou d'inéquations, mais des relations d'une nature plus générale (l'équivalence, la divisibilité et l'inclusion, pour n'en citer que quelques-unes) sont également susceptibles d'apparaître.

Le raisonnement fonctionnel, c'est-à-dire le fait de raisonner en termes de relations et à propos de relations, est l'un des objectifs les plus fondamentaux de l'enseignement des mathématiques (MAA, 1923). Les relations peuvent se présenter sous une multitude de formes différentes, notamment sous forme symbolique, algébrique, graphique, géométrique, ou sous forme de tableau. Les divers modes de représentation peuvent servir des objectifs différents et avoir des propriétés spécifiques. C'est ce qui explique pourquoi la traduction d'une représentation à une autre a souvent une importance critique dans la situation ou la tâche que nous devons affronter.

Incertitude

La « société de l'information » actuelle nous offre des informations en abondance. Ces informations sont souvent présentées comme précises, scientifiques et dotées d'un certain degré de certitude. Pourtant, dans la vie quotidienne, nous sommes confrontés à des résultats d'élection incertains, des ponts qui s'effondrent, des krachs boursiers, des prévisions météorologiques peu fiables, des prédictions erronées en matière de croissance démographique, des modèles économiques qui fonctionnent mal et bien d'autres manifestations de l'incertitude de notre monde.

Par *incertitude* nous entendons faire référence à deux aspects liés entre eux, les données et le hasard, deux sujets d'études mathématiques qui appartiennent respectivement aux statistiques et aux probabilités. Des recommandations récentes suggèrent de faire une plus large place aux statistiques et aux probabilités dans les programmes scolaires. (MSEB 1990, NCTM 1989, Commission d'enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école, [Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools], 1982, LOGSE 1990, NCTM 2000).

La collecte, l'analyse et la visualisation/représentation des données, les probabilités et les inférences sont des activités et des concepts mathématiques importants de ce domaine.



Nous allons à présent aborder l'aspect principal du cadre d'évaluation de la culture mathématique, à savoir les *compétences* dont les étudiants se servent lorsqu'ils tentent de résoudre des problèmes. Ces compétences sont présentées sous l'intitulé relativement vaste de processus mathématiques.

Processus mathématiques

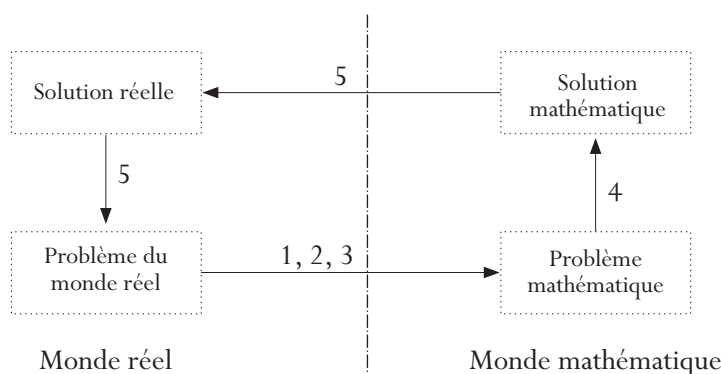
Introduction – Mathématisation

Le programme OCDE/PISA étudie les capacités des élèves à analyser des idées mathématiques, à raisonner à leur propos, et à les communiquer à autrui, au moment où ils posent, formulent, résolvent et interprètent des problèmes mathématiques relevant de diverses situations. Pour résoudre ces problèmes, les élèves doivent exploiter les savoir-faire et les compétences qu'ils ont acquis tout au long de leur scolarité et de leurs expériences de vie. OCDE/PISA désigne par le terme de « mathématisation » le processus fondamental appliqué par les élèves pour résoudre des problèmes de la vie courante.

Newton avait probablement à l'esprit la notion de mathématisation lorsqu'il écrivait dans son ouvrage majeur Principes mathématiques de la philosophie naturelle (1687) : « Mais notre objectif est seulement de quantifier et de déterminer les propriétés de cette force à partir des phénomènes observés et d'appliquer dans quelques cas simples les principes issus de ces découvertes afin de pouvoir estimer, de manière mathématique, les effets produits dans des cas plus complexes » (Newton 1687)⁵.

Lors de la discussion, présentée ci-dessus, des fondements théoriques du cadre d'évaluation OCDE/PISA de la culture mathématique, il a été question d'un processus de mathématisation impliquant cinq étapes. Elles sont représentées dans figure 1.3.

Figure 1.3 ■ Le cycle de mathématisation



5. « But our purpose is only to trace out the quantity and properties of this force from the phenomena, and to apply what we discover in some simple cases as principles, by which, in a mathematical way, we may estimate the effects thereof in more involved cases ».



1. Commencer par un problème relevant de la réalité ;
2. Organiser le problème en fonction de concepts mathématiques ;
3. Effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation et la formalisation (dont l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème réel en un problème mathématique qui soit le reflet fidèle de la situation) ;
4. Résoudre le problème mathématique ;
5. Comprendre la solution mathématique et l'appliquer à la situation réelle (ce qui implique aussi d'identifier les limites de la solution).

Ainsi que le suggère le schéma 1.3, les cinq aspects seront envisagés en trois phases.

La mathématisation implique en premier lieu de transposer le problème de la « réalité » aux mathématiques. Ce processus comprend notamment les activités suivantes :

- identifier les éléments mathématiques pertinents se rapportant à un problème situé dans la réalité ;
- représenter le problème sous une forme différente ; en particulier, l'organiser en fonction de concepts mathématiques, et élaborer les hypothèses appropriées ;
- comprendre les relations entre le langage employé pour décrire le problème et le langage symbolique et formel indispensable à sa compréhension mathématique ;
- identifier des régularités, des relations et des récurrences ;
- identifier les aspects qui sont isomorphes par rapport à des problèmes connus ;
- traduire le problème en termes mathématiques, c'est-à-dire en un modèle mathématique (de Lange, 1987, p.43).

Une fois le problème transposé sous une forme mathématique, le processus de mathématisation peut se poursuivre au sein du monde des mathématiques. Les élèves se poseront des questions du type : « Y a-t-il... ? », « Si oui, combien... ? », « Comment puis-je trouver... ? » en utilisant des savoir-faire et des compétences mathématiques connus. Ils tenteront d'élaborer et d'ajuster leur modèle du problème, d'établir des régularités, d'identifier des relations et de créer un raisonnement mathématique pertinent. Cette étape du processus de mathématisation a souvent été appelée « étape déductive du cycle de modélisation » (Schupp, 1988, Blum, 1996). Cependant, des processus autres que strictement déductifs peuvent jouer un rôle à ce stade. Cet aspect du processus de mathématisation comporte les activités suivantes :



- utiliser différentes représentations et passer des uns aux autres ;
- utiliser un langage et des opérations de nature symbolique, formelle et technique ;
- définir et ajuster des modèles mathématiques; les combiner et les intégrer les uns avec les autres ;
- argumenter ;
- généraliser.

La dernière, ou l'une des dernières étapes de la résolution d'un problème consiste à réfléchir à l'ensemble du processus de mathématisation et au résultat obtenu. À ce stade, les élèves doivent interpréter les résultats en adoptant une attitude critique, puis valider l'ensemble du processus. Ce genre de réflexion accompagne toutes les phases du processus, mais elle est particulièrement importante lors de l'étape finale du problème. Ce processus de réflexion et de validation comporte les aspects suivants:

- comprendre la portée et les limites de concepts mathématiques ;
- réfléchir sur les arguments mathématiques mis en œuvre ; expliquer et justifier les résultats obtenus ;
- communiquer le processus et la solution ;
- critiquer le modèle et ses limites.

Dans figure 1.3, cette étape est représentée à deux reprises par le chiffre « 5 » : une première fois lors du passage de la solution mathématique à une solution réelle, et une seconde fois, lorsque cette solution est mise à son tour en relation avec le problème original appartenant au monde réel.

Les compétences

La section précédente a examiné les principaux concepts et processus impliqués dans la mathématisation. Pour réussir le processus de mathématisation dans un grand nombre de situations différentes, impliquant divers contextes extra-mathématiques et intra-mathématiques et diverses idées majeures, l'individu a besoin d'un certain nombre de compétences mathématiques qui, réunies, peuvent être considérées comme constituant une compétence mathématique étendue. Pour chacune de ces compétences, l'individu peut avoir atteint divers niveaux de maîtrise. Les multiples aspects de la mathématisation font appel à ces compétences à des degrés divers, tant en ce qui concerne la nature spécifique des compétences requises qu'en ce qui concerne le niveau de maîtrise nécessaire. Pour identifier et examiner ces compétences, le programme OCDE/PISA a décidé d'utiliser une classification en huit catégories, s'appuyant, dans sa forme actuelle, sur les travaux de Niss (1999) et de ses collègues danois. Des formulations voisines peuvent être trouvées dans les travaux de beaucoup d'autres spécialistes (v. Neubrand *et al*, 2000). A noter que certains des termes employés sont utilisés avec des acceptions différentes selon les auteurs.



1. *Pensée et raisonnement mathématique.* Savoir poser des questions à caractère mathématique, comme : « Y a-t-il ... ? », « Si oui, combien ... ? », « Comment puis-je trouver... ? » ; connaître le genre de réponses que les mathématiques donnent à de telles questions ; faire la distinction entre différentes sortes d'énoncés (définitions, théorèmes, conjectures, hypothèses, exemples, assertions conditionnelles) ; comprendre la portée et les limites de concepts mathématiques donnés, et pouvoir en tenir compte.
2. *Argumentation mathématique.* Savoir ce que sont des démonstrations mathématiques et en quoi elles diffèrent des autres types de raisonnements mathématiques ; suivre et évaluer des enchaînements d'arguments mathématiques de nature diverse ; posséder un sens heuristique (« Qu'est-ce qui peut – ou ne peut pas – se passer, et pourquoi ? ») ; et savoir développer et exprimer des arguments mathématiques.
3. *Communication mathématique.* Savoir s'exprimer de diverses manières sur des sujets à contenu mathématique, aussi bien oralement que par écrit, et comprendre les énoncés écrits ou oraux produits par d'autres sur de tels sujets.
4. *Modélisation.* Savoir structurer le champ ou la situation à modéliser ; traduire la « réalité » en structures mathématiques ; interpréter des modèles mathématiques en termes de « réalité » ; travailler en se fondant sur un modèle mathématique ; valider le modèle ; réfléchir, analyser et proposer une critique du modèle et de ses résultats ; pouvoir communiquer avec autrui à propos du modèle et de ses résultats (y compris les limites de ces résultats) ; gérer et contrôler le processus de modélisation.
5. *Création et résolution de problèmes.* Savoir poser, formuler et définir différentes sortes de problèmes mathématiques (par exemple des problèmes de type « pur », « appliqué », « ouvert » ou « fermé ») ; et résoudre différentes sortes de problèmes mathématiques en utilisant divers moyens.
6. *Représentation.* Savoir décoder et encoder, transposer, interpréter et distinguer les différentes formes de représentations d'objets et de situations mathématiques ainsi que les relations entre ces diverses représentations ; savoir choisir entre différentes formes de représentations et passer des unes aux autres en fonction de la situation et du but recherché.
7. *Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique.* Savoir décoder et interpréter le langage symbolique et formel, et comprendre sa relation avec le langage naturel ; traduire le langage naturel en langage symbolique et formel ; savoir se servir d'énoncés et d'expressions contenant des symboles et des formules ; utiliser des variables, résoudre des équations et effectuer des calculs.
8. *Utilisation d'instruments et d'outils.* Connaître et être capable d'utiliser divers instruments et outils (y compris les outils informatiques) qui peuvent être utiles à l'activité mathématique, et connaître leurs limites.



Le programme OCDE/PISA n'a pas l'intention de développer des items qui évaluent une par une les compétences ci-dessus. En fait, celles-ci se chevauchent considérablement, et lorsqu'on utilise les mathématiques, il est généralement nécessaire de se servir de plusieurs compétences à la fois ; par conséquent, vouloir évaluer des compétences isolées risque de produire des tâches artificielles et une parcellisation inutile du domaine de la culture mathématique. Les compétences particulières que les élèves seront à même de mettre en œuvre ont toutes chances de varier considérablement selon les individus. Ceci est en partie dû au fait que tout apprentissage résulte d'une série d'expériences « où la construction du savoir individuel prend place tout au long d'un processus d'interaction, de négociation et de collaboration » (De Corte, Greer & Verschaffel, 1996, p. 510). Dans l'évaluation OCDE/PISA, on présuppose qu'une grande partie des connaissances mathématiques des élèves provient des apprentissages scolaires. La compréhension d'un domaine s'acquiert graduellement. Des représentations et des raisonnements de nature plus formelle et plus abstraite émergent au cours du temps et sont la conséquence d'un engagement effectif des élèves dans des activités conçues pour faire évoluer des idées qui étaient au départ informelles. La culture mathématique s'acquiert aussi au travers d'expériences faisant intervenir des interactions dans toutes sortes de situations sociales et de contextes divers.

Pour faciliter la description et la présentation des capacités des élèves, ainsi que de leurs points forts et faibles dans une perspective internationale, une certaine structure est nécessaire. Une solution à la fois simple et pratique consiste à décrire des groupes de compétences déterminés en fonction des types de démarches cognitives nécessaires pour résoudre différents problèmes mathématiques.

Les groupes de compétences

Dans le programme d'évaluation OCDE/PISA, il a été décidé de décrire les activités cognitives découlant de ces savoir-faire selon trois *groupes de compétence* : groupe « *reproduction* », groupe « *connexion* » et groupe « *réflexion* ». Ces trois groupes et la manière dont les compétences particulières s'articulent au sein de chacun d'eux sont présentés dans la section ci-après.

Le groupe reproduction

Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées – en particulier, celles qui sont les plus communément sollicitées dans les tests d'évaluation normalisés et les évaluations périodiques en classe : connaissance de faits, représentations de problèmes courants, identification d'équivalences, mémorisation de propriétés et d'objets mathématiques familiers, exécution de procédures routinières, application d'algorithmes et de savoir-faire techniques usuels, utilisation d'énoncés contenant des symboles et des formules standard, et réalisation de calculs.



1. *Pensée et raisonnement.* Savoir poser des questions mathématiques du type le plus élémentaire (« Combien y a-t-il de...? », « Quelle quantité y a-t-il de...? ») et comprendre les types de réponses qui s'y rapportent (« Il y a autant de... », « Il y a telle quantité de... ») ; savoir distinguer entre une définition et une affirmation ; pouvoir comprendre et manier des notions mathématiques dans le même contexte que celui où elles ont été rencontrées au départ ou ont été exercées par la suite.
2. *Argumentation.* Pouvoir suivre et justifier des processus quantitatifs standard (notamment des procédures, des énoncés et des résultats de calculs).
3. *Communication.* Pouvoir comprendre et formuler soi-même, oralement ou par écrit, des énoncés mathématiques simples (par exemple pour restituer le nom et les propriétés principales d'objets mathématiques familiers, présenter des calculs et leurs résultats), en utilisant généralement un seul type de formulation.
4. *Modélisation.* Pouvoir identifier, retrouver, activer ou appliquer des modèles mathématiques familiers et bien structurés ; les interpréter en effectuant l'aller-retour nécessaire entre ces modèles (ainsi que leurs résultats) et la « réalité » ; pouvoir communiquer de manière élémentaire les résultats du modèle.
5. *Formulation et résolution de problèmes.* Pouvoir poser et formuler des problèmes en identifiant ou reproduisant des problèmes déjà pratiqués, de nature formelle ou appliquée et de type fermé ; pouvoir résoudre ce type de problèmes en utilisant des démarches et des procédures standard qui ne font généralement appel qu'à un seul type de procédé.
6. *Représentation.* Pouvoir coder, décoder et interpréter des représentations d'objets mathématiques bien connus, sous une forme standard qui a déjà été pratiquée. Le passage d'une représentation à une autre n'est requis que quand ce passage fait lui-même partie de la représentation visée.
7. *Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique.* Pouvoir décoder et interpréter, dans des contextes et des situations bien connus, les expressions symboliques et formelles de base ; pouvoir manier des énoncés et des expressions simples contenant des symboles et des formules ; notamment, pouvoir utiliser des variables, résoudre des équations et effectuer des calculs selon des procédés de routine.
8. *Utilisation de supports et d'outils.* Connaître et être à même d'utiliser des supports et des outils familiers, dans des contextes et selon des procédés semblables à ceux que l'individu a déjà connus au cours de son apprentissage.

Les items utilisés pour évaluer les compétences du groupe *reproduction* peuvent être décrits au moyen de deux expressions clé : la reproduction d'acquis et l'exécution d'opérations de routine.



Exemples d'items appartenant au groupe reproduction

Mathématiques, exemple 5

Résoudre l'équation $7x - 3 = 13x + 15$

Mathématiques, exemple 6

Quelle est la moyenne de 7, 12, 8, 14, 15, 9 ?

Mathématiques, exemple 7

Écrire 69% sous forme de fraction.

Mathématiques, exemple 8

Le segment m s'appelle _____ du cercle.



Mathématiques, exemple 9

Un montant de 1 000 zeds est déposé sur un compte d'épargne à la banque à un taux d'intérêt de 4 %. Après un an, combien y aura-t-il de zeds sur ce compte ?

Afin de préciser les limites des items du groupe *reproduction*, signalons que le problème « Compte d'épargne » proposé plus haut dans l'exemple 3 ne relève PAS du groupe *reproduction*. Pour la plupart des élèves, ce problème implique davantage que la simple application d'une procédure de routine. Il exige l'application d'un enchaînement de raisonnements et d'étapes de calcul qui ne sont pas caractéristiques des compétences du groupe *reproduction*.

Le groupe connexions

Les compétences du groupe *connexions* sont dans le prolongement de celles du groupe *reproduction*, dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui impliquent à nouveau un cadre familier ou quasi-familier.

Les compétences relevant du groupe *connexions* comprennent, en plus de celles décrites pour le groupe *reproduction*, les savoir-faire suivants :

1. *Pensée et raisonnement*. Savoir poser des questions du type « Comment peut-on trouver...? », « Quel est le traitement mathématique qui...? » et comprendre les types de réponses qui y correspondent (fournies au moyen de tableaux, graphiques, solutions algébriques, schémas, etc.) ; savoir distinguer entre définitions et affirmations, ainsi qu'entre des types différents d'affirmations ; pouvoir comprendre et manier des notions mathématiques dans des contextes qui diffèrent légèrement de celui où elles ont été rencontrées au départ ou ont été exercées par la suite.
2. *Argumentation*. Pouvoir effectuer des raisonnements mathématiques simples, sans distinction entre preuves et formes plus générales d'argumentation ou de raisonnement ; pouvoir suivre et évaluer des enchaînements d'arguments



mathématiques de divers types ; avoir un certain sens heuristique (par ex. se demander « ce qui peut se passer ou non, et pourquoi ? » ou « Que savons-nous, et que voulons-nous obtenir ? »).

3. *Communication.* Pouvoir comprendre et formuler soi-même, oralement ou par écrit, des énoncés mathématiques allant de la restitution des noms et des principales propriétés d'objets familiers ou de l'explication d'un calcul et de son résultat (généralement de plus d'une manière) jusqu'à l'explication d'aspects qui mettent en jeu des relations. Pouvoir, aussi, comprendre les mêmes types d'énoncés produits par écrit ou oralement par autrui.
4. *Modélisation.* Pouvoir structurer le champ ou la situation qu'il y a lieu de modéliser ; transposer la « réalité » en structures mathématiques dans des contextes qui ne sont pas très complexes, mais qui diffèrent néanmoins de ceux qui sont familiers à l'élève. Construire une interprétation en effectuant l'aller-retour nécessaire entre ces modèles (ainsi que leurs résultats) et la « réalité ». Certains aspects de la communication des résultats du modèle sont également à inclure ici.
5. *Formulation et résolution de problèmes.* Pouvoir poser et formuler des problèmes d'une manière qui va au-delà de la reproduction de problèmes déjà pratiqués, de nature formelle ou appliquée et de type fermé ; pouvoir résoudre ce type de problèmes en utilisant des démarches et des procédures standard, mais aussi en faisant appel à des processus de résolution de problèmes plus autonomes, où l'on met en relation différents domaines mathématiques ou différents modes de présentation et de communication (schémas, tableaux, graphiques, explications verbales, croquis).
6. *Représentation.* Pouvoir coder, décoder et interpréter des représentations d'objets mathématiques connus ou moins connus ; pouvoir choisir entre diverses formes de représentation d'objets et de situations mathématiques, et passer de l'une à l'autre en les distinguant et en les transposant.
7. *Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique.* Pouvoir décoder et interpréter, dans des contextes et des situations moins bien connus, les expressions symboliques et formelles de base ; pouvoir manier des énoncés et des expressions contenant des symboles et des formules ; notamment, pouvoir utiliser des variables, résoudre des équations et effectuer des calculs selon des procédés familiers.
8. *Utilisation de supports et d'outils.* Connaître et être à même d'utiliser des supports et des outils familiers, dans des contextes et selon des procédés qui diffèrent de ceux que l'individu a déjà connus au cours de son apprentissage.

Les items relevant de ce groupe de compétences exigent habituellement que l'élève fasse preuve de sa capacité à intégrer et relier des éléments appartenant à diverses idées majeures ou à divers domaines mathématiques, ou qu'il puisse mettre en relation diverses représentations d'un problème.



Les items utilisés pour évaluer les compétences du groupe *connexions* peuvent être décrits au moyen des expressions clé suivantes : l'intégration, la mise en relation et un (modeste) degré de transfert au-delà de l'acquis.

Exemples d'items relevant du groupe *connexions*

Un premier exemple d'item du groupe *connexions* a déjà été présenté plus haut : c'est le problème « Compte d'épargne » décrit dans l'exemple 3. D'autres exemples figurent ci-dessous.

Mathématiques, exemple 10 : DISTANCE

Marie habite à deux kilomètres de l'école ; Martin, à cinq kilomètres.

À quelle distance Marie et Martin habitent-ils l'un de l'autre ?

Parmi les enseignants auxquels ce problème a été soumis pour la première fois, nombreux sont ceux qui l'ont rejeté, ajoutant qu'il est trop facile et que n'importe qui peut déterminer que la bonne réponse est 3. Un autre groupe d'enseignants a déclaré que ce n'est pas un bon item, puisqu'il n'y a pas de réponse (voulant dire par là qu'il n'y a pas qu'une seule réponse numérique possible). Une troisième réaction a été de dire que c'est un mauvais item en raison des nombreuses réponses possibles : faute d'informations suffisantes, le mieux que l'on peut en conclure est que les enfants habitent à une distance comprise entre 3 et 7 kilomètres l'un de l'autre ; il s'agit là d'une caractéristique peu souhaitable pour un item. Enfin, un petit nombre d'enseignants a estimé qu'il s'agit d'un excellent item : les élèves doivent comprendre la question ; cet item fait réellement appel aux capacités de résolution de problème, car il ne correspond à aucune stratégie connue des élèves ; enfin, il s'agit d'un « beau » problème mathématique, malgré l'absence d'indices sur la manière dont les élèves vont le résoudre. Cette dernière interprétation range ce problème parmi ceux qui font appel aux compétences du groupe *connexions*.

Mathématiques, exemple 11 : LOCATION D'UN BUREAU

Les deux annonces suivantes ont été publiées dans un quotidien d'un pays dont la devise est le zed.

IMMEUBLE A	IMMEUBLE B
<i>Bureaux à louer</i>	<i>Bureaux à louer</i>
58–95 mètres carrés : 475 zeds par mois	35–260 mètres carrés : 90 zeds par mètre carré et par an
100–120 mètres carrés : 800 zeds par mois	

Si une compagnie est intéressée par la location d'un bureau de 110 mètres carrés dans ce pays pour une durée d'un an, dans quel immeuble, A ou B, devra-t-elle louer le bureau pour obtenir le prix le plus bas ? Montrez votre travail.

[Source : © IEA/TIMSS]



Mathématiques, exemple 12 : PIZZA

Une pizzeria propose deux pizzas rondes de même épaisseur, mais de taille différente. La plus petite a un diamètre de 30 centimètres et coûte 30 zeds.

La plus grande a un diamètre de 40 centimètres et coûte 40 zeds.

[© PRIM, Stockholm Institute of Education.]

Laquelle des deux pizzas est la plus avantageuse par rapport à son prix ? Expliquez votre raisonnement.

Dans chacun de ces deux problèmes, l'élève doit traduire une situation de la vie courante en langage mathématique, élaborer un modèle mathématique qui permette de faire la comparaison appropriée, vérifier que la solution obtenue cadre avec le contexte de la question initiale et communiquer le résultat. Toutes ces activités relèvent du groupe de compétences *connexions*.

Le groupe réflexion

Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale réfléchie lors du choix et de l'utilisation de processus pour résoudre un problème. Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifier des stratégies de solution et les appliquer dans des situations-problème qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe *connexions*, et qui sont plus « originales » (ou peu familières). Les compétences relevant du groupe *réflexion* comprennent, en plus de celles décrites pour le groupe *connexions*, les savoir-faire suivants :

1. **Pensée et raisonnement.** Savoir poser des questions du type « Comment peut-on trouver...? », « Quel est le traitement mathématique qui...? », « Quels sont les aspects essentiels du problème ou de la situation ? » et comprendre les types de réponses qui y correspondent (fournies au moyen de tableaux, graphiques, solutions algébriques, schémas, spécification des points clé, etc.) ; savoir distinguer entre définitions, théorèmes, conjectures, hypothèses et affirmations portant sur des cas particuliers, et pouvoir réfléchir sur ces distinctions ou les structurer de manière active ; pouvoir comprendre et manier des notions mathématiques dans des contextes qui sont nouveaux ou complexes ; pouvoir comprendre la portée et les limites de concepts mathématiques donnés et en tenir compte lors de la généralisation des résultats.
2. **Argumentation.** Pouvoir effectuer des raisonnements mathématiques simples, en faisant la distinction entre démonstrations, preuves et formes plus générales d'argumentation ou de raisonnement ; pouvoir suivre, évaluer et construire des enchaînements d'arguments mathématiques de divers types ; pouvoir utiliser une démarche heuristique (par ex. se demander « ce qui peut se passer ou non, et pourquoi ? » ou « Que savons-nous, et que voulons-nous obtenir ? », « Lesquelles de ces propriétés sont essentielles ? », « Quelle est la relation entre ces objets ? »).



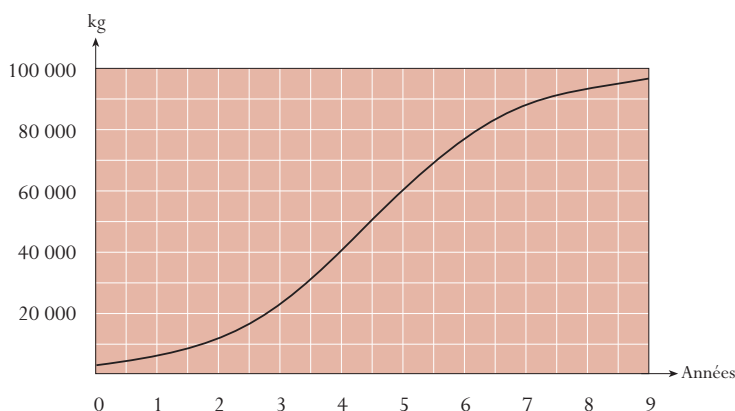
3. *Communication*. Pouvoir comprendre et formuler soi-même, oralement ou par écrit, des énoncés mathématiques allant de la restitution des noms et des principales propriétés d'objets familiers ou de l'explication d'un calcul et de son résultat (généralement de plus d'une manière) jusqu'à l'explication d'aspects qui mettent en jeu des relations complexes, notamment des relations logiques. Pouvoir, aussi, comprendre les mêmes types d'énoncés produits par écrit ou oralement par autrui.
4. *Modélisation*. Pouvoir structurer le champ ou la situation qu'il y a lieu de modéliser ; transposer la « réalité » en structures mathématiques dans des contextes qui peuvent être complexes ou différer sensiblement de ceux qui sont familiers à l'élève. Construire une interprétation en effectuant l'aller-retour nécessaire entre les modèles (ainsi que leurs résultats) et la « réalité ». La communication des résultats du modèle est également à inclure ici : réunir des informations ou des données, gérer le processus de modélisation, valider le modèle qui en résulte. Ajoutons encore la capacité de réfléchir de manière analytique, proposer une critique, s'engager dans des formes de communication complexes sur les modèles et la modélisation.
5. *Formulation et résolution de problèmes*. Pouvoir poser et formuler des problèmes d'une manière qui va bien au-delà de la reproduction de problèmes déjà pratiqués, de nature formelle ou appliquée et de type fermé ; pouvoir résoudre ce type de problèmes en utilisant des démarches et des procédures standard, mais aussi en faisant appel à des processus de résolution de problèmes plus autonomes, où l'on met en relation différents domaines mathématiques ou différents modes de présentation et de communication (schémas, tableaux, graphiques, explications verbales, croquis). Pouvoir, en outre, réfléchir sur les stratégies et les solutions à mettre en oeuvre.
6. *Représentation*. Pouvoir coder, décoder et interpréter des représentations d'objets mathématiques connus ou moins connus ; pouvoir choisir entre diverses formes de représentation d'objets et de situations mathématiques, et passer de l'une à l'autre en les distinguant et en les transposant ; pouvoir, en outre, combiner des représentations de manière créative, ou en inventer d'inédites.
7. *Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique*. Pouvoir décoder et interpréter des expressions symboliques et formelles mises en œuvre dans des contextes et des situations entièrement nouveaux ; pouvoir manier des énoncés et des expressions contenant des symboles et des formules ; notamment, pouvoir utiliser des variables, résoudre des équations et effectuer des calculs. Pouvoir, en outre, traiter des énoncés et des expressions complexes, contenant des symboles ou des termes formels non familiers, et être à même d'effectuer des transpositions entre ce langage et la langue courante.
8. *Utilisation de supports et d'outils*. Connaître et être à même d'utiliser des supports et des outils familiers ou non familiers, dans des contextes et selon des procédés qui diffèrent sensiblement de ceux que l'individu a déjà connus au cours de son apprentissage. Connaître, en outre, les limites de ces outils.

Les items utilisés pour évaluer les compétences du groupe *réflexion* peuvent être décrits au moyen des expressions clé suivantes : le raisonnement approfondi, l'argumentation, l'abstraction, la généralisation et la modélisation appliqués à de nouveaux contextes.

Exemples d'items relevant du groupe réflexion

Mathématiques, exemple 13 : ÉLEVAGE DE POISSONS

Des poissons ont été introduits dans un plan d'eau. Le graphique montre un modèle de croissance du poids total des poissons dans ce plan d'eau.



Supposons qu'un pêcheur décide d'attendre quelques années pour pêcher dans ce plan d'eau. Combien d'années le pêcheur devrait-il attendre s'il désire maximiser le nombre annuel de poissons qu'il pêchera par la suite? Donnez un argument qui justifie votre réponse.

Mathématiques, exemple 14 : BUDGET

Dans un pays donné, le budget de la défense nationale était de 30 millions (dans la monnaie du pays) en 1980. Cette année-là, le budget total s'élevait à 500 millions. L'année suivante, le budget de la défense est passé à 35 millions, tandis que le budget total atteignait 605 millions. Le taux d'inflation pendant la période couvrant les deux exercices budgétaires s'élevait à 10%.

- Vous êtes invité à donner une conférence pour une association pacifiste. Vous souhaitez expliquer que le budget de la défense a diminué au cours de cette période. Expliquez comment vous vous y prendriez.
- Vous êtes invité à donner une conférence dans une école militaire. Vous souhaitez expliquer que le budget de la défense a augmenté au cours de cette période. Expliquez comment vous vous y prendriez.

Source : de Lange (1987). Reproduction autorisée.



L'exemple 13 correspond de toute évidence à la définition de la résolution de problèmes dans un contexte authentique. Les élèves devront trouver leur propre stratégie et leur argumentation dans le cadre d'un problème assez compliqué et peu familier. La complexité du problème réside, d'une part, dans le fait qu'il faut combiner, de manière réfléchie, les informations présentées à la fois sous forme d'un graphique et d'un texte et, d'autre part, dans le fait que la solution n'est pas immédiatement visible. Les élèves devront interpréter le graphique, et se rendre compte, par exemple, que le taux de croissance atteint son maximum après environ cinq ans. Pour réussir, il faudra que les élèves réfléchissent à la solution au fur et à mesure de son élaboration ainsi qu'au bien-fondé de leur stratégie. En outre, le problème leur demande d'argumenter et de prouver leur réponse. Une des options possibles est d'utiliser la méthode par « essais et erreurs » : par exemple, déterminer ce qui arrive si on attend trois ans, puis poursuivre le raisonnement à partir de ces premiers résultats. Si on attend jusqu'à la fin de la cinquième année, on peut pêcher 20 000 kg de poissons chaque année. Si on ne peut attendre aussi longtemps et que l'on commence à pêcher un an plus tôt, on ne pourra attraper que 17 000 kg. Et si on attend trop longtemps (6 ans), on ne pourra pêcher que 18 000 kg par an. Le résultat est donc optimal lorsque la pêche débute après cinq ans.

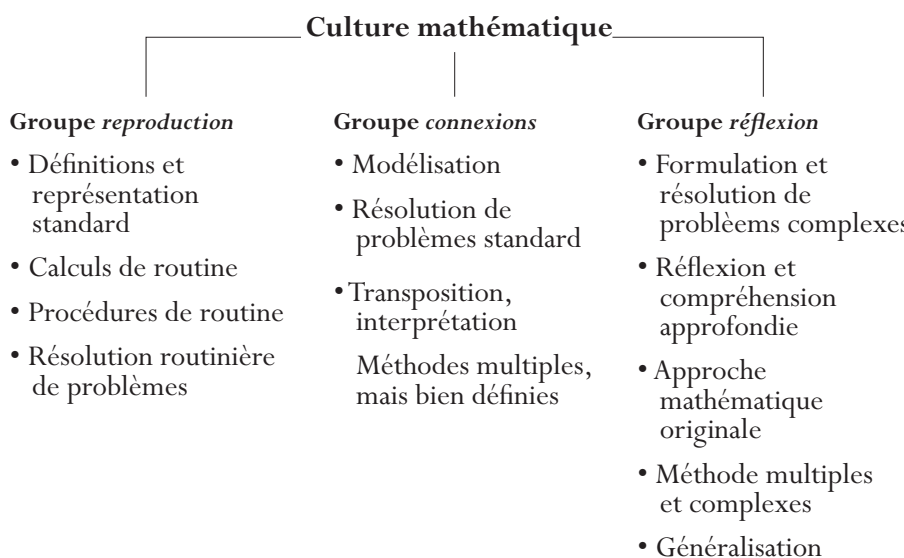
Le problème de l'exemple 14 a été longuement étudié avec des élèves de 16 ans. Il illustre très bien les problèmes classés dans le groupe *réflexion*. Les élèves ont immédiatement reconnu en quoi cet item relève de la culture mathématique et ont souvent été à même d'effectuer une certaine forme de généralisation, dans la mesure où la clé de la solution résidait ici dans l'identification des concepts mathématiques de croissance relative et absolue. L'inflation peut, bien entendu, être laissée de côté afin de rendre le problème plus accessible à des élèves un peu plus jeunes sans perdre les idées clé sous-jacentes au problème. Cependant cela réduirait sa complexité ainsi que la portée de la mathématisation requise. La présentation des données sous la forme d'un tableau ou d'un graphique peut également rendre l'item moins difficile. Ces aspects de la mathématisation ne sont alors plus des activités que doivent réaliser les élèves : ils peuvent alors commencer à travailler directement au cœur du problème.

Synthèse des processus mathématiques pris en considération dans l'évaluation OCDE/PISA des mathématiques.

Figure 1.4 présente de manière synthétique les trois groupes de compétences et résume ce qui les distingue l'un de l'autre.

Il est possible de se servir des descriptions des compétences figurant aux pages qui précèdent pour classer des items de mathématiques et assigner chacun d'eux à l'un des groupes de compétences. On peut y arriver en analysant les savoir-faire que l'item demande à l'élève de mettre en œuvre ; pour chacune des huit compétences, on procède ensuite à une évaluation pour établir lequel des trois groupes décrit le mieux les exigences de cet item particulier en relation avec telle compétence spécifique. Dans le cas où une ou plusieurs des compétences requises correspondent à la description du groupe *réflexion*, l'item est classé

Figure 1.4 ■ Représentation synthétique des groupes de compétences



dans le groupe de compétences *réflexion*. Si ce n'est pas le cas, mais qu'une ou plusieurs des compétences requises correspondent à la description du groupe *connexions*, l'item est classé dans le groupe de compétences *connexions*. Dans tous les autres cas, l'item sera assigné au groupe *reproduction*, puisque toutes les compétences qu'il met en jeu correspondent à la description des compétences de ce groupe.

ÉVALUER LA CULTURE MATHÉMATIQUE

Caractéristiques des épreuves

Les sections précédentes ont été consacrées à la définition du domaine de la culture mathématique OCDE/PISA et à la description de la structure du cadre d'évaluation. La section qui suit sera consacrée à un examen plus détaillé des caractéristiques des épreuves qui serviront à évaluer les élèves, notamment leur nature et les divers formats des items qu'elles contiennent.

Nature des épreuves du programme OCDE/PISA d'évaluation de la culture mathématique

Le programme OCDE/PISA est une étude internationale qui vise à évaluer les compétences des élèves à l'âge de 15 ans. Tous les items de test utilisés doivent convenir à la population des élèves de 15 ans des pays membres de l'OCDE.

En règle générale, les items sont constitués d'un matériel ou d'informations servant de stimulus, d'une consigne, de la question proprement dite et de la solution requise. Pour les items où la réponse ne se prête pas à un codage automatique, une grille de correction est en outre préparée, afin de permettre à des correcteurs spécialement formés de coder les réponses des élèves de manière cohérente et fiable dans tous les pays participants.



Une section précédente de ce document a déjà décrit de manière détaillée les types de situations utilisées lors de la création d'items de mathématiques OCDE/PISA. Dans le cadre du programme OCDE/PISA 2003, chaque item relève de l'une des quatre situations suivantes : personnelle, éducative/professionnelle, publique et scientifique. Les items sélectionnés pour constituer les instruments d'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA 2003 sont répartis entre ces divers types de situations.

Par ailleurs, la préférence est accordée aux contextes d'item pouvant être considérés comme *authentiques*. En d'autres termes, le programme OCDE/PISA privilégie les tâches que l'élève pourrait rencontrer dans diverses situations de la vie réelle et qui s'inscrivent dans un contexte pour lequel l'utilisation des mathématiques nécessaires à la résolution du problème constitue une démarche authentique. La préférence est donnée aux problèmes dont le contexte extra-mathématique influence la solution et son interprétation, dans la mesure où ceux-ci servent au mieux les objectifs de l'évaluation de la culture mathématique.

Les items doivent en principe être rattachés principalement aux idées majeures (les catégories phénoménologiques de problèmes) décrites dans le cadre d'évaluation. Lors de la sélection des items d'évaluation de la culture mathématique OCDE/PISA 2003, on s'est assuré que les quatre idées majeures soient bien représentées.

Les items doivent intégrer un ou plusieurs des processus mathématiques définis dans le cadre d'évaluation et doivent pouvoir être mis en correspondance, de manière prioritaire, avec l'un des groupes de compétences.

Le niveau de compétence en lecture requis pour comprendre un item doit faire l'objet de la plus grande attention lors du développement et de la sélection des items du programme d'évaluation OCDE/PISA 2003. La formulation des items doit être aussi simple et directe que possible. Il convient en outre d'éviter les questions dont le contexte est susceptible d'introduire un biais culturel.

Les items sélectionnés pour faire partie de la batterie de test OCDE/PISA doivent proposer un large éventail de difficulté, afin de couvrir au mieux les importantes différences de niveau de compétences que l'on s'attend à trouver chez les élèves des pays participant à l'évaluation OCDE/PISA. Par ailleurs, chacune des principales catégories du cadre d'évaluation (en particulier les groupes de compétences et les idées majeures) doit autant que possible être représentée par des items de difficulté très diverse. Le degré de difficulté des items est évalué, avant la sélection des items pour la campagne de test définitive, lors d'un essai de terrain approfondi.

Types d'items

Lors de la conception des instruments d'évaluation, il est impératif de tenir soigneusement compte de l'impact du format des épreuves sur les performances des élèves et, donc, sur la définition du *construct* qui est évalué. Ce point est



particulièrement pertinent dans un projet comme OCDE/PISA, dont le vaste contexte international impose de sérieuses contraintes aux formats d'items utilisables.

La culture mathématique est évaluée dans le programme OCDE/PISA au moyen d'une combinaison d'items de formats différents : items à réponse construite ouverte, items à réponse construite fermée et items à choix multiple. Ces trois formats sont représentés en proportions à peu près égales dans la batterie d'items 2003.

L'expérience acquise lors de l'élaboration et de l'administration des items de l'évaluation OCDE/PISA 2000 conduit à considérer que les items à choix multiple conviennent très bien pour mesurer les compétences des groupes *reproduction* et *connexions*. L'exemple 15 propose un item de ce type, relevant du groupe *connexions* et proposant un choix limité de réponses pré-définies. Pour répondre à cette question, les élèves doivent traduire le problème en termes mathématiques, concevoir un modèle qui représente la nature périodique du contexte décrit, et prolonger la séquence jusqu'à trouver le résultat qui correspond à une des propositions données.

Mathématiques, exemple 15 : LE PHOQUE

Le phoque doit remonter à la surface pour respirer, même quand il dort. Martin a observé un phoque pendant une heure. Au début de l'observation, le phoque a plongé au fond de l'eau et s'est endormi. Au bout de 8 minutes, il s'est lentement laissé remonter à la surface et a respiré.

En 3 minutes, il a regagné le fond de la mer et le même cycle a recommencé depuis le début, selon un rythme très régulier.

Au bout d'une heure, le phoque était :

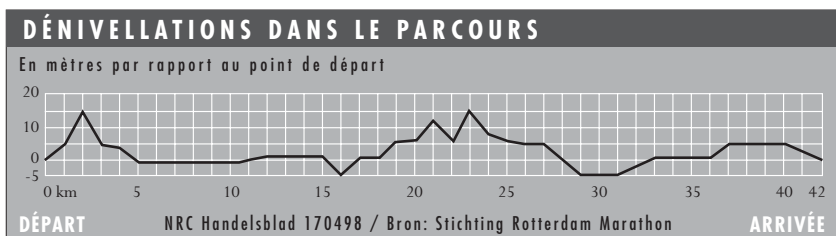
- A. au fond
- B. en train de remonter à la surface
- C. en train de respirer
- D. en train de redescendre vers le fond

D'autres formats sont souvent privilégiés dans le cas d'objectifs plus ambitieux et de processus plus complexes. Dans les items à réponse construite fermée, les questions posées sont analogues à celles des items à choix multiple, mais il est demandé aux élèves de produire une réponse qui peut être aisément jugée comme correcte ou incorrecte. Les items de ce type ont l'avantage que les réponses données au hasard y sont peu probables et qu'il n'est pas nécessaire de prévoir des distracteurs (qui risquent d'influencer le *construct* à évaluer). Ainsi, le problème proposé dans l'exemple 16 n'a qu'une réponse correcte, mais beaucoup de réponses incorrectes sont possibles.



Mathématiques, exemple 16 : LE MARATHON DE ROTTERDAM

Tepla Loroupe a remporté le marathon de Rotterdam en 1998. «C'était facile», a-t-elle dit, «le parcours était plutôt plat.» Ci-dessous, vous pouvez voir un graphique des dénivellations dans le parcours du marathon de Rotterdam :



Quelle était la différence d'altitude entre le point le plus élevé et le point le plus bas de la course ? _____m

Les items à réponse construite ouverte exigent une réponse plus longue de la part des élèves, et le processus d'élaboration de la réponse nécessite des démarches cognitives de niveau taxonomique plus élevé. Ces questions demandent souvent des élèves non seulement de fournir une réponse, mais aussi d'indiquer les étapes de leur raisonnement ou d'expliquer comment ils sont arrivés à la réponse. La caractéristique principale des items à réponse construite ouverte est qu'ils permettent aux élèves de démontrer leurs compétences en fournissant des solutions situées dans un large éventail de niveaux de complexité mathématique. L'item présenté dans l'exemple 17 en est une illustration.

Mathématiques, exemple 17 : INDONÉSIE

L'Indonésie se situe entre la Malaisie et l'Australie. Quelques données sur la population de l'Indonésie et sa répartition sur les diverses îles sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Région	Superficie (Km ²)	Pourcentage de la superficie totale	Population en 1980 (millions)	Pourcentage de la population totale
Java/Madjura	132 187	6.95	91 281	61.87
Sumatra	473 606	24.86	27 981	18.99
Kalimantan (Bornéo)	539 460	28.32	6 721	4.56
Sulawesi (Célèbes)	189 216	9.93	10 377	7.04
Bali	5 561	0.30	2 470	1.68
Irian Jaya	421 981	22.16	1 145	5.02
TOTAL	1 905 569	100.00	147 384	100.00

L'un des problèmes importants de l'Indonésie est la répartition inégale de sa population sur les îles. Le tableau montre que Java, qui a moins de 7% de la superficie totale, compte presque 62% de la population.



Dessinez un graphique (ou des graphiques) montrant la répartition inégale de la population indonésienne.

Source : de Lange et Verhage (1992). Reproduction autorisée.

Un tiers environ des items mathématiques OCDE/PISA sont des items à réponse construite ouverte. Les réponses à ces items doivent être codées par des correcteurs expérimentés, utilisant une grille de correction qui fait appel, dans une certaine mesure, à leur jugement professionnel. Comme il existe un risque potentiel de désaccord entre correcteurs, des études sur la cohérence entre correcteurs seront entreprises afin de contrôler l'étendue de ces éventuels désaccords. On sait, par les études de ce type menées par le passé, qu'il est possible d'élaborer des grilles de correction sans ambiguïté et d'obtenir des codages fiables.

OCDE/PISA utilise souvent un format d'épreuve particulier, qui consiste à associer plusieurs items à un même stimulus dans ce qui est appelé une « unité ». Les épreuves de ce type permettent d'impliquer les élèves dans le contexte ou le problème, en leur proposant une série de questions de complexité croissante. Les premières questions se présentent généralement sous forme d'items à choix multiple ou à réponse construite fermée, alors que les questions suivantes sont des items à réponse construite ouverte. Ce format peut être utilisé pour évaluer tous les groupes de compétences.

Une des raisons qui justifient le choix de ce format d'épreuve avec un stimulus commun à plusieurs items est qu'il permet de concevoir des tâches réalistes, qui reflètent la complexité de la vie courante. Une autre raison tient à l'utilisation efficiente du temps de test, l'objectif étant de réduire le temps qu'il faut aux élèves pour se « plonger » dans la situation. La nécessité de préserver l'indépendance de chacun des scores attribués par rapport aux autres items de l'épreuve est cependant reconnue et prise en compte dans la conception des épreuves OCDE/PISA et des grilles de correction, comme aussi la nécessité de minimiser les biais pouvant survenir en raison du nombre restreint de situations.

Structure de l'évaluation

Les épreuves utilisées lors de l'évaluation OCDE/PISA 2003 comportent au total 210 minutes de test. Les items sélectionnés sont organisés en sept « blocs » d'items qui représentent chaque fois 30 minutes de test. Ces blocs sont distribués dans les carnets de test selon un schéma de rotation.

Le temps disponible pour les tests de mathématiques est réparti le plus également possible entre les quatre idées majeures (*quantité, espace et formes, variations et relations et incertitude*) et entre les quatre situations (*personnelle, éducative / professionnelle, publique et scientifique*) que décrit le cadre d'évaluation. La proportion d'items associés aux compétences des trois groupes (*reproduction, connexions, réflexion*) est respectivement de 25, 50 et 25 %. Les trois formats, à savoir les items à choix multiple, les items à réponse construite fermée et les items à réponse construite ouverte sont représentés de manière équivalente (à peu près un tiers chacun).



Présentation des résultats : développement des échelles de compétence en mathématiques

Une échelle descriptive comportant cinq niveaux de performance sera mise au point pour synthétiser les informations provenant des réponses aux tests d'évaluation OCDE/PISA (Masters et Forster, 1996 ; Masters, Adams, et Wilson, 1999). On créera cette échelle à l'aide d'un modèle statistique IRT (Théorie des Réponses aux Items) permettant de traiter des réponses de type ordinal. Cette échelle globale sera utilisée pour décrire la nature des performances observées, en classant les performances des élèves des divers pays en fonction des cinq niveaux de performance décrits. Elle pourra donc servir de cadre de référence pour les comparaisons internationales.

Il est également envisagé de développer un certain nombre de sous-échelles. Les options les plus évidentes sont de construire des échelles séparées pour les trois groupes de compétences, ou bien pour les quatre idées majeures. Les décisions à ce sujet seront prises en tenant compte de divers critères, notamment d'ordre psychométrique, au vu des résultats des analyses des données recueillies lors de l'évaluation OCDE/PISA. Pour permettre ces options, il y aura lieu de faire en sorte qu'un nombre suffisant d'items soient sélectionnés pour couvrir chacune des catégories susceptibles de faire l'objet d'échelles séparées. Les items appartenant à chacune de ces catégories devront, en outre, présenter un éventail de difficulté suffisamment large pour permettre l'établissement de l'échelle.

Les groupes de compétences décrits précédemment dans ce document représentent des catégories d'activités cognitives dont les exigences et la complexité sont globalement croissantes. Ils ne traduisent cependant pas une hiérarchie stricte des performances des élèves, fondée sur la difficulté des items. La complexité conceptuelle n'est qu'une des multiples composantes de la difficulté des items influençant les niveaux de performance. Il en existe d'autres, notamment le caractère plus ou moins familier de la tâche, l'apprentissage plus ou moins récent, le degré d'entraînement, etc. En conséquence, un item à choix multiple faisant appel à des compétences du groupe *reproduction* (par exemple la question : « Laquelle des figures suivantes est un parallélogramme rectangle ? », accompagnée de dessins d'un ballon, d'une boîte de conserve, d'une boîte et d'un carré) peut se révéler très facile pour des élèves à qui l'on a enseigné la signification de ce terme, mais très difficile pour d'autres élèves, qui ne connaissent pas le sens de l'expression utilisée. Il est donc possible d'imaginer des items du groupe *reproduction* relativement difficiles et des items du groupe *réflexion* relativement faciles ; chaque groupe de compétences doit comprendre des items de difficulté aussi variée que possible. En règle générale, cependant, on s'attend à observer une relation positive entre le groupe de compétence auquel l'item appartient et sa difficulté.

Les facteurs responsables des différences de niveau tant dans la difficulté des items que dans les performances des élèves en mathématiques sont les suivants :



- La nature et le degré d'interprétation et de réflexion requis. Cela concerne en particulier le type d'exigences posé par le contexte du problème ; le fait que les caractéristiques mathématiques du problème soient bien apparentes ou, au contraire, que les élèves aient à développer leur propre interprétation mathématique; et le fait que le problème nécessite un recours plus ou moins important à une compréhension mathématique approfondie (« *insight* »), à des raisonnements complexes et à une démarche de généralisation.
- La nature des savoirs-faire nécessaires en termes de représentation. Cela va des problèmes où un seul mode de représentation est utilisé, jusqu'à ceux où les élèves doivent passer d'un mode de représentation à l'autre ou trouver eux-mêmes le mode de représentation qui convient.
- La nature et le niveau des acquis mathématiques requis. Cela va des problèmes comportant une seule étape, ne demandant aux élèves que de restituer des faits mathématiques de base et d'effectuer des calculs simples, jusqu'à ceux comportant de multiples étapes, mettant en jeu des connaissances mathématiques plus avancées, et nécessitant le recours à des processus complexes de décision, de traitement de l'information, de résolution de problèmes et de modélisation.
- La nature et le degré d'argumentation mathématique requis. Cela va des problèmes où présenter des arguments n'est pas du tout nécessaire, en passant par ceux où les élèves peuvent utiliser des arguments déjà bien connus, jusqu'à ceux où ils doivent créer des arguments mathématiques, ou comprendre l'argumentation présentée par d'autres personnes ou juger du bien-fondé d'arguments ou de démonstrations qui leur sont proposés.

Au niveau le plus bas de compétence de l'échelle descriptive, les élèves sont généralement confrontés à des tâches comportant une seule étape, situées dans des contextes familiers, et à des problèmes mathématiquement bien structurés, où ils ont à restituer des faits ou des processus mathématiques bien connus et à appliquer des savoir-faire élémentaires en termes de calcul.

A des niveaux de compétence plus élevés, les élèves ont à exécuter des tâches plus complexes, qui comportent plus d'une étape. Ils doivent aussi combiner divers éléments d'information ou interpréter diverses représentations de concepts ou d'informations mathématiques, en identifiant les aspects qui sont pertinents et importants et la manière dont ils sont en relation les uns avec les autres. Ils travaillent généralement avec des modèles mathématiques ou des formulations donnés à l'avance, souvent fournis sous forme algébrique, en vue d'identifier les solutions appropriées ; ou bien ils ont à effectuer un court enchaînement de démarches ou d'étapes de calcul pour arriver à une solution.

Au niveau de compétence le plus haut, les élèves doivent jouer un rôle plus créatif et plus actif dans leur approche des problèmes mathématiques. En règle générale, ils ont à interpréter des informations plus complexes et sont confrontés à de nombreuses étapes de traitement du problème. Ils ont le



plus souvent à élaborer leur propre formulation du problème et à développer un modèle approprié qui en facilite la résolution. A ce niveau, les élèves sont généralement capables d'identifier et de mettre en œuvre les outils et les connaissances mathématiques pertinents dans des contextes peu familiers. Ils font preuve de perspicacité pour identifier la stratégie de résolution du problème la plus appropriée et se servent de divers processus cognitifs d'ordre supérieur (généralisation, raisonnement, argumentation) pour expliquer ou communiquer leurs résultats.

Outils et instruments

Concernant l'utilisation de calculatrices et autres outils de travail, l'option retenue par OCDE/PISA est de permettre aux élèves de se servir de leur calculatrice et d'autres outils selon les habitudes de leur école.

C'est ce qui permet d'évaluer de la manière la plus authentique ce que les élèves sont capables de faire et d'effectuer la comparaison la plus riche en informations entre systèmes éducatifs. Le fait qu'un système scolaire ait choisi d'autoriser ou non ses élèves à utiliser des calculatrices ne diffère en rien, en principe, de toutes les autres décisions de politique éducative prises par les systèmes scolaires, sur lesquelles OCDE/PISA n'exerce pas de contrôle.

Les élèves qui ont d'habitude une calculatrice à leur disposition pour les aider à répondre aux questions risqueraient d'être désavantagés si on leur retirait cette ressource.

SYNTHÈSE

L'objectif de l'étude OCDE/PISA est de développer des indicateurs montrant dans quelle mesure les pays ont réussi à préparer leurs jeunes de 15 ans à devenir des citoyens actifs, réfléchis et intelligents, sous l'angle de leurs compétences en mathématiques. Dans ce but, l'OCDE/PISA a développé des évaluations qui cherchent à définir dans quelle mesure les élèves sont capables d'utiliser ce qu'ils ont appris.

Ce cadre d'évaluation fournit une définition de la culture mathématique et établit le contexte de l'évaluation OCDE/PISA 2003 de cette culture, en vue de permettre aux pays de l'OCDE d'examiner quelques-uns des produits importants de leurs systèmes d'éducation. La définition de la culture mathématique choisie pour ce cadre d'évaluation est cohérente avec celles retenues pour la compréhension de l'écrit et pour la culture scientifique, ainsi qu'avec la volonté de l'OCDE/PISA d'évaluer les capacités des élèves à devenir des membres actifs et productifs de la société.

Les composantes principales du cadre d'évaluation des mathématiques (contextes d'utilisation des mathématiques, contenus mathématiques et processus mathématiques) sont cohérentes avec celles des autres cadres d'évaluation OCDE/PISA et découlent directement de la définition donnée à la culture mathématique. La discussion sur les contenus et les contextes



met l'accent sur les caractéristiques des problèmes auxquels les élèves sont confrontés en tant que citoyens, tandis que la discussion relative aux processus met plutôt l'accent sur les compétences utilisées par les élèves pour résoudre ces problèmes. Ces compétences ont été réparties en trois « groupes de compétences » pour permettre la mise en œuvre et le traitement de ces processus cognitifs complexes dans le cadre d'un programme d'évaluation structuré.

L'accent mis par les évaluations mathématiques OCDE/PISA sur l'utilisation de connaissances et de raisonnements mathématiques pour résoudre des problèmes issus de la vie de tous les jours incarne un idéal qui est déjà mis en œuvre, à des degrés divers, dans plusieurs systèmes éducatifs à travers le monde. Les évaluations OCDE/PISA s'efforcent de proposer une variété de problèmes mathématiques où l'élève est confronté à des tâches plus ou moins guidées et structurées, mais qui le mettent aussi en face de problèmes authentiques, où il doit recourir à son propre raisonnement.

EXEMPLES SUPPLÉMENTAIRES

Cette section illustre divers aspects du cadre d'évaluation OCDE/PISA de mathématiques en présentant d'autres exemples d'items. Chaque item s'accompagne de commentaires mettant en relation les caractéristiques de l'item avec les diverses catégories du cadre d'évaluation.

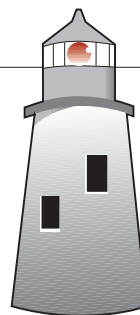
Il s'agit ici du troisième jeu d'exemples d'items de mathématiques publié par l'OCDE. Sept épreuves de mathématiques, comportant au total 14 items, ont été publiées précédemment dans la brochure *Mesurer les connaissances et les compétences des élèves* (OCDE, 2000). Cinq autres épreuves (comptant 11 items) ont été publiées dans la brochure *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment* (OCDE, 2002a).

La section ci-dessous présente treize « unités », comptant au total 27 items, qui ont tous été utilisés lors de l'essai de terrain effectué en 2002, dans le cadre du processus de développement de la batterie de tests destinée à la campagne de test définitive de 2003. Ils ont été écartés de la batterie finalement utilisée pour diverses raisons, essentiellement liées à l'arbitrage très complexe entre les divers critères dont il a fallu tenir compte lors de cette sélection. Certains n'ont pas toutes les qualités psychométriques idéalement nécessaires pour être retenus dans un test international ; ils conviennent très bien, cependant, pour un usage illustratif ou, éventuellement pour une utilisation en classe.



Mathématiques, unité 1

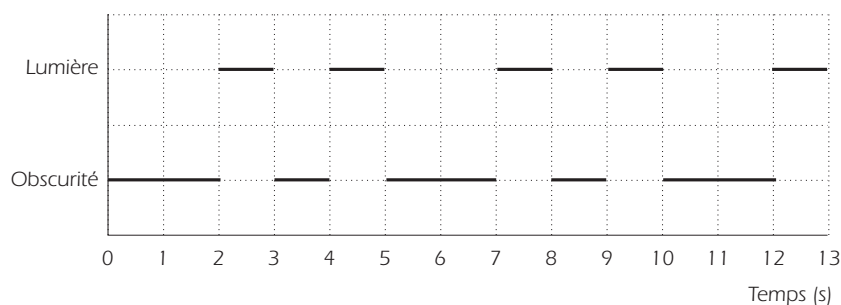
PHARE



Les phares sont des tours surmontées d'une balise lumineuse qui aide les bateaux à trouver leur chemin la nuit lorsqu'ils naviguent à proximité du rivage.

Une balise de phare émet des signaux lumineux selon une séquence régulière fixée. Chaque phare a sa propre séquence.

Le diagramme ci-dessous montre la séquence des signaux d'un phare déterminé. Les signaux lumineux alternent avec des périodes d'obscurité.



Il s'agit d'une séquence régulière. Au bout d'un certain temps, la séquence se répète. La durée d'une séquence complète, avant que celle-ci ne commence à se répéter, s'appelle une **période**. Si vous trouvez la période d'une séquence, il devient facile de compléter le diagramme pour les secondes, les minutes ou même les heures suivantes.

Mathématiques, exemple 1.1

Laquelle des périodes ci-dessous peut correspondre à la séquence de ce phare ?

- A. 2 secondes.
- B. 3 secondes.
- C. 5 secondes.
- D. 12 secondes.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 1.1

Crédit complet

Code 1 : Réponse C : 5 secondes.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.



Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Publique

La manière insolite dont est présenté ce problème authentique le classe d'office au-delà du groupe de compétences *reproduction*. Pour beaucoup d'élèves, voire pour tous, sa présentation graphique est probablement une nouveauté. Le problème fait donc appel, dès le départ, à des processus d'interprétation et de raisonnement. La plupart des élèves vont sans doute passer par une simulation mentale de la situation : obscurité-obscurité-lumière-obscurité-lumière-obscurité-obscurité-lumière-obscurité-lumière, et ainsi de suite. Ils devront découvrir le « rythme », soit en s'aidant de la représentation graphique, soit de la représentation verbale évoquée ci-dessus, ou d'une autre représentation encore. Ce processus, consistant à établir des connexions entre différentes représentations, classe le problème dans le groupe de compétences *connexions*.

La notion de périodicité, qui sous-tend l'item, n'est pas seulement importante dans le cadre de la discipline mathématique, mais aussi dans la vie quotidienne. Les résultats de l'essai de terrain indiquent que cet item n'est pas très difficile pour la plupart des élèves, en dépit de son aspect inhabituel.

Certains objecteront peut-être que son contexte est de nature à favoriser ceux des élèves qui vivent à proximité d'une mer ou d'un océan. Il y a lieu de souligner, cependant, qu'être à même d'utiliser les mathématiques dans des contextes qui diffèrent de notre contexte immédiat fait partie de la culture mathématique. Cela n'exclut pas la possibilité que cet item avantage quelque peu les élèves vivant à proximité de la mer. Mais l'analyse des interactions item/pays montre que ce n'est pas le cas ici : on n'observe pas de différences entre les pays ayant une large façade océanique et ceux sans accès à la mer.

Mathématiques, exemple 1.2

Pendant combien de secondes le phare émet-il des signaux lumineux au cours d'une minute ?

- A. 4
- B. 12
- C. 20
- D. 24

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 1.2

Crédit complet

Code 1 : Réponse D : 24.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Publique

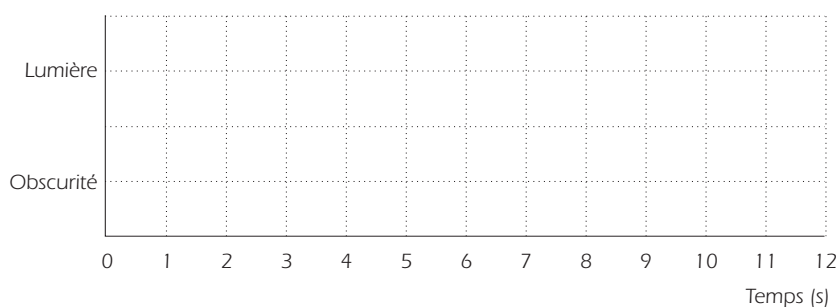
Le problème proposé dans cet exemple est légèrement plus difficile que celui de l'exemple 1.1 ; il est aussi de nature différente. Les élèves doivent prolonger le modèle qui leur est fourni sous forme graphique, tout en le transposant en un modèle numérique qui leur permette d'analyser la structure périodique sur une durée d'une minute. Il n'est pas indispensable qu'ils aient répondu correctement à la question 1.1, mais l'utilisation de ce premier résultat représente une des stratégies possibles : puisque la période est de 5 secondes, il y a 12 périodes par minute, et puisque chaque période comporte deux émissions de signaux lumineux, la réponse correcte est 24.

Une autre stratégie que peuvent utiliser les élèves de ce niveau consiste à examiner les dix premières ou les douze premières secondes du graphique, puisqu'il s'agit de deux nombres par lesquels on peut diviser 60. Si l'élève prend en considération les dix premières secondes, il va compter 4 signaux lumineux, qui, multipliés par 6, donneront effectivement 24. Mais cela ne « prouve » pas vraiment que l'élève a complètement compris le problème. Ainsi, s'il retient 12 secondes : 4 signaux lumineux multipliés par 5 donneront 20, ce qui est incorrect. La différence vient de ce qu'en retenant 10 secondes l'élève obtient exactement deux périodes, alors qu'en retenant 12, il n'obtient pas un multiple du nombre de périodes.

Il s'agit d'un problème authentique, qui n'est pas très difficile. Il relève du groupe *connexions*, entre autres en raison du fait qu'il requiert plus d'une étape.

Mathématiques, exemple 1.3

Dans le quadrillage ci-dessous, dessinez le graphique d'une séquence possible pour un phare qui émettrait des signaux lumineux pendant 30 secondes par minute. La période de cette séquence doit être égale à 6 secondes.



**Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 1.3**

Crédit complet

Code 2 : Le graphique comporte une séquence de lumière et d'obscurité avec des signaux lumineux de 3 secondes toutes les 6 secondes et avec une période de 6 secondes. Cela peut être réalisé des manières suivantes :

- 1 signal lumineux d'une seconde et un signal lumineux de 2 secondes (qui peuvent être représentés de différentes manières), ou
- 1 signal lumineux de 3 secondes (qui peut être représenté de quatre manières différentes).
- Si 2 périodes sont représentées, la séquence doit être identique pour chaque période.

Crédit partiel

Code 1 : Le graphique comporte une séquence de lumière et d'obscurité avec des signaux lumineux de 3 secondes toutes les 6 secondes mais dont la période n'est pas de 6 secondes. Si 2 périodes sont représentées, la séquence doit être identique pour chaque période.

- Trois signaux lumineux alternant avec 3 périodes d'obscurité d'une seconde.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Réflexion

Idee majeure : Variations et relations

Situation : Publique

La formulation indique d'emblée qu'il s'agit d'un problème très « ouvert » : « dessinez le graphique d'une séquence possible de signaux lumineux ». Bien que cette question paraisse assez proche des deux précédentes, le taux de réussite a été nettement moindre, ce qui conduit à classer cet item parmi les « relativement difficiles ».

L'intérêt de cette question vient de ce que l'élève est invité à « construire » ou à « concevoir » quelque chose, ce qui constitue un aspect important de la culture mathématique : les compétences mathématiques ne sont plus seulement utilisées de manière passive ou indirecte, mais pour construire une réponse. La solution de ce problème ne va pas de soi, car il y a deux conditions à remplir : la proportion de temps d'obscurité et de lumière doit être égale (« 30 secondes par minute ») et la période doit être de six secondes. Cette double condition nécessite chez l'élève une véritable compréhension du concept de périodicité – ce qui indique bien que nous sommes ici en face d'un problème relevant du groupe *réflexion*.



Mathématiques, unité 2

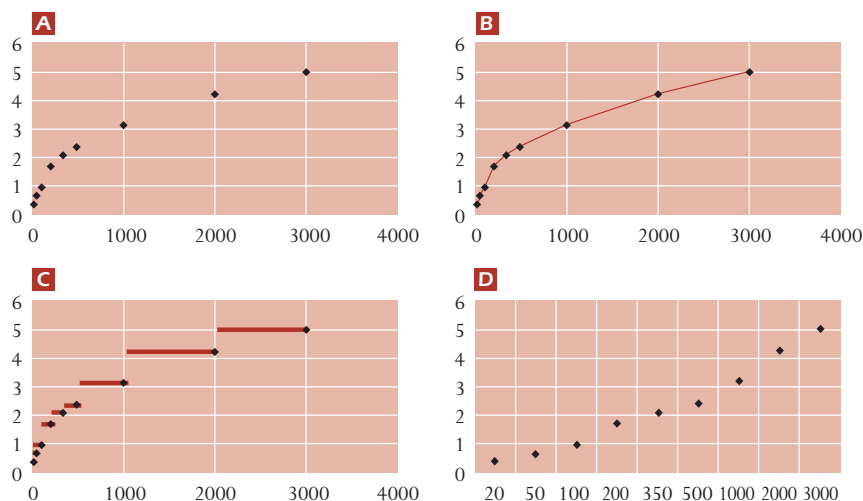
TARIFS POSTAUX

Les tarifs postaux de Zedlande sont fonction du poids des envois (arrondi au gramme le plus proche), comme le montre le tableau ci-dessous :

Poids de l'envoi (arrondi au gramme le plus proche)	Charge
Jusqu'à 20 g	0.46 zeds
21 g – 50 g	0.69 zeds
51 g – 100 g	1.02 zeds
101 g – 200 g	1.75 zeds
201 g – 350 g	2.13 zeds
351 g – 500 g	2.44 zeds
501 g – 1000 g	3.20 zeds
1001 g – 2000 g	4.27 zeds
2001 g – 3000 g	5.03 zeds

Mathématiques, exemple 2.1

Lequel des graphiques suivants représente le mieux les tarifs postaux zedlandais ? (L'axe horizontal représente le poids en grammes et l'axe vertical représente le prix en zeds.)



Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 2.1

Crédit complet

Code 1 : Réponse C.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Incertitude

Situation : Publique



Il s'agit clairement d'une situation publique et d'un problème qui se présente souvent – mais pas nécessairement sous cette forme. Dans la vie courante, les gens se contentent généralement de déposer le colis postal et de demander le tarif qui sera appliqué. On peut cependant s'attendre à ce qu'un individu informé réfléchisse quelque peu sur la structure du système tarifaire de la poste et sur d'autres structures du même type. Beaucoup savent probablement que le tarif postal augmente d'abord rapidement en fonction du poids, mais que pour des poids plus élevés l'augmentation est plus lente. Ce type de structure est relativement courant.

Réaliser qu'une telle structure peut donner lieu à une représentation visuelle est tout autre chose. Le graphique est un graphique « par paliers », que les élèves ne rencontrent que rarement, voire jamais, dans leur curriculum scolaire. C'est probablement la raison pour laquelle ils ont trouvé ce problème difficile. Les élèves ont appris à relier les points dans les graphiques, et parfois ils se demandent s'il faut relier les points par des droites ou par une jolie courbe – comme c'est le cas dans la réponse B de l'exemple 2.1. La réponse B a en fait tout l'air d'une bonne réponse, puisque, contrairement à la réponse A, elle fournit un tarif pour tous les poids. Le problème est évidemment que beaucoup de ces tarifs n'« existent » pas, vu qu'il n'y a, en fait, qu'un nombre limité de tarifs : 0,46 – 0,69 – 1,02 etc. Le graphique B est donc incorrect. C'est le graphique C qui correspond le mieux au tableau de tarifs proposés.

Un autre facteur qui complique la mise en relation du tableau avec sa représentation graphique est le fait que les graphiques correspondant aux réponses A, B et C sont tous les trois difficiles à lire pour les 500 premiers grammes, en raison des échelles utilisées. Si l'élève s'intéresse aux valeurs les plus basses, il se peut qu'il soit attiré par la réponse D, car elle fournit une interprétation très lisible du tableau – et il risque de ne pas même se rendre compte que l'échelle horizontale n'est pas linéaire. Mais s'il comprend que les points isolés de ce graphique ne peuvent en aucun cas représenter une structure comme celle du tableau, il ne prendra pas même en considération cette réponse.

Les commentaires qui précèdent montrent clairement qu'on a affaire ici au groupe *connexions*, en raison du caractère inhabituel de la représentation et des compétences en matière d'interprétation que met en jeu ce problème.

Mathématiques, exemple 2.2

Jean veut envoyer à un ami deux courriers pesant respectivement 40 et 80 grammes.

D'après les tarifs postaux zélandais, déterminez s'il est meilleur marché d'expédier les deux courriers sous forme d'un envoi unique ou de deux envois séparés. Montrez votre calcul du prix dans l'un et l'autre cas.

**Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 2.2**

Crédit complet

Code 1 : Réponses indiquant que cela reviendra meilleur marché d'expédier les deux courriers sous forme de deux envois séparés. Le prix s'élèvera à 1,71 zed pour deux envois séparés et à 1,75 zed pour un envoi unique contenant les deux courriers.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétence : Connexions

Idée majeure : Quantité

Situation : Publique

Ce problème est d'ordre plus pratique que le précédent, et il a été résolu assez facilement lors de l'essai de terrain.

Il doit être classé dans le groupe *connexions*, car le problème n'est pas familier et demande aux élèves un peu plus que des compétences de reproduction. Jean veut expédier à un ami deux courriers de 40 et 80 grammes. Même si elle est quelque peu contraire à l'intuition, la réponse peut être facilement trouvée en consultant le tableau. Le tarif est de 0,69 zeds pour 40 grammes, de 1,71 zeds pour 80 grammes, donc le tarif pour les deux colis sera de 1,71 zeds. Le tarif pour un seul colis pesant 120 grammes sera de 1,75 zeds. Rien de cela n'est mathématiquement complexe, mais c'est un exemple pertinent des types de questions qui peuvent se rencontrer dans diverses circonstances de la vie courante.



Mathématiques, unité 3

BATTEMENTS DE CŒUR

Pour des raisons de santé, les gens devraient limiter leurs efforts, par exemple durant des activités sportives, afin de ne pas dépasser un certain rythme cardiaque.

Pendant longtemps, la relation entre la fréquence cardiaque maximum recommandée et l'âge de la personne a été décrite par la formule suivante :

Fréquence cardiaque maximum recommandée = $220 - \text{âge}$.

Des recherches récentes ont montré que cette formule devait être légèrement modifiée. La nouvelle formule est :

Fréquence cardiaque maximum recommandée = $208 - (0,7 \times \text{âge})$.

Mathématiques, exemple 3.1

Un article de journal commente : « Une des conséquences de l'utilisation de la nouvelle formule au lieu de l'ancienne est que le nombre maximum recommandé de battements de cœur par minute diminue légèrement pour les jeunes gens et augmente légèrement pour les personnes âgées. »

À partir de quel âge la fréquence cardiaque maximum recommandée commence-t-elle à augmenter, d'après la nouvelle formule ? Montrez votre travail.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 3.1

Crédit complet

Code 1 : Accepter 41 ou 40.

$220 - \text{âge} = 208 - 0,7 \times \text{âge}$, ce qui donne $\text{âge} = 40$, donc les personnes âgées de plus de 40 ans auront une fréquence cardiaque maximum recommandée plus élevée selon la nouvelle formule.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Publique / Personnelle

La catégorie dans laquelle cette situation va être classée dépend évidemment du fait que le répondant s'intéresse ou non aux données concernant sa santé ou son corps. On ne se trompera pas en affirmant que le contexte de cet item est dans une certaine mesure « scientifique » (en raison de l'utilisation de formules), mais en fait beaucoup de sportifs et de sportives (adeptes du jogging, du vélo, de la rame, de la marche à pied) mesurent régulièrement leur fréquence cardiaque



durant leurs entraînements. Des instruments électroniques de moins en moins coûteux ont rendu plus accessible au commun des mortels cet aspect du bien-être humain. C'est ce qui explique que la situation a été classée dans la catégorie « Publique/Personnelle ».

Dans la mesure où on a davantage affaire ici à une modélisation qu'à une résolution de problème classique, le classement dans le groupe *connexions* semble s'imposer, comme s'impose l'appartenance au domaine *variations et relations*.

Comparer deux formules (même s'il s'agit plutôt d'une approche empirique) qui se rapportent au bien-être de l'individu peut constituer une activité qui éveille la curiosité, d'autant plus qu'elles sont présentées, en partie, comme des formules « verbales ». Généralement, cette formulation les rend plus accessibles pour les élèves. Même si aucune question ne leur est posée, les élèves peuvent réagir d'office en se demandant quels résultats correspondront à leur âge selon la formule utilisée. Comme les sujets testés dans PISA ont 15 ans, le résultat selon l'ancienne formule est 205 battements de cœur par minute (il faut pour cela tenir compte de ce que la fréquence est *par minute*, information qui n'est pas fournie) ; selon la nouvelle formule, le résultat est de 198 (ou 197). Les élèves peuvent donc avoir déjà trouvé une confirmation : l'affirmation contenue dans l'extrait de presse semble correcte.

L'exemple proposé est un peu plus complexe que cela. Il demande à l'élève de trouver pour quel âge les deux formules donnent le même résultat. La réponse peut être trouvée en procédant par essais et erreurs (un procédé bien installé chez de nombreux élèves), mais il est plus probable qu'ils auront recours à la méthode algébrique : $220 - a = 208 - (0.7 \times a)$, ce qui donne un résultat approximatif de 40.

Le problème est intéressant et pertinent, tant dans la perspective de la culture mathématique que d'un point de vue plus orienté vers le curriculum mathématique proprement dit. Notons que d'après les résultats de l'essai de terrain, cet item doit être considéré comme plutôt difficile.

Mathématiques, exemple 3.2

La formule *fréquence cardiaque maximum recommandée* = $208 - (0,7 \times \text{âge})$ est aussi utilisée pour déterminer quand l'exercice physique est le plus efficace. Des recherches ont démontré que l'exercice physique est le plus efficace au moment où le pouls atteint 80 % de la fréquence cardiaque maximum recommandée.

Écrivez une formule qui donne la fréquence cardiaque recommandée pour que l'exercice physique soit le plus efficace, exprimée en fonction de l'âge.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 3.2

Crédit complet

Code 1 : Toute formule qui équivaut à multiplier la formule de la fréquence cardiaque maximum recommandée par 80 %.



- Fréquence cardiaque = $166 - 0,56 \times \text{âge}$.
- Fréquence cardiaque = $166 - 0,6 \times \text{âge}$.
- $fc = 166 - 0,56 \times a$.
- $fc = 166 - 0,6 \times a$.
- Fréquence cardiaque = $(208 - 0,7 \times \text{âge}) \times 0,8$.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétence : Connexions

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Publique / Personnelle

Cet item *semble* mesurer exactement les mêmes compétences que celui de l'exemple 3.1. Le taux de réussite relevé lors de l'essai de terrain est pratiquement identique. Il y a pourtant une différence importante : dans l'exemple 3.1, les élèves doivent comparer deux formules et trouver dans quel cas elles donnent le même résultat. Dans l'exemple 3.2, il est demandé aux élèves de *créer* une formule – activité qui, dans de nombreux pays, ne leur est proposée que rarement au cours de leur scolarité. D'un point de vue strictement mathématique, la question n'est pas difficile du tout : il suffit de multiplier la formule par 0,8 – par exemple,

$$\text{Fréquence cardiaque} = (208 - 0,7\text{âge}) \times 0,8.$$

On constate que le maniement d'expressions algébriques (même aussi simples que celle-là, et même situées dans un contexte pratique et concret) pose des défis considérables à de nombreux élèves de 15 ans.



Mathématiques, unité 4

PAIEMENT À LA SUPERFICIE

Les habitants d'un immeuble d'appartements décident d'acheter cet immeuble. Ils regrouperont leur argent de façon à ce que chacun paie une somme proportionnelle à la taille de son appartement.

Par exemple, une personne habitant un appartement qui occupe un cinquième de la superficie de l'ensemble des appartements devra payer un cinquième du prix total de l'immeuble.

Mathématiques, exemple 4.1

Entourez « Correct » ou « Incorrect » pour chacune des affirmations suivantes.

Affirmation	Correct / Incorrect
La personne qui habite l'appartement le plus grand paiera davantage par mètre carré de son appartement que la personne habitant l'appartement le plus petit.	Correct / Incorrect
Si on connaît la superficie de deux appartements et le prix d'un des deux, on peut calculer le prix du second.	Correct / Incorrect
Si on connaît le prix de l'immeuble et la somme que paiera chaque propriétaire, on peut calculer la superficie totale de l'ensemble des appartements.	Correct / Incorrect
Si le prix total de l'immeuble était réduit de 10 %, chacun des propriétaires paierait 10 % de moins.	Correct / Incorrect

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 4.1

Crédit complet

Code 1 : Dans l'ordre : Incorrect, Correct, Incorrect, Correct.

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Type d'item : Item à choix multiple complexe

Groupe de compétences : Connexions

Idee majeure : Variations et relations

Situation : Publique

Cet item requiert un niveau de compétence plutôt élevé en termes de raisonnement proportionnel, et il se rapporte à une situation de la vie pratique en société avec laquelle les élèves de 15 ans ont peu de chances d'avoir été familiarisés. Le format utilisé (item à choix multiple complexe) exige des élèves qu'ils comprennent à fond les notions mises en jeu. De plus, les élèves doivent lire et comprendre une série de propositions mathématiques complexes. Les résultats de l'essai de terrain situent cette question parmi les items difficiles.



Mathématiques, exemple 4.2

Il y a trois appartements dans l'immeuble. Le plus grand, l'appartement 1, a une superficie totale de 95 m². Les appartements 2 et 3 ont respectivement une superficie de 85 m² et de 70 m². Le prix de vente de l'immeuble est de 300 000 zeds.

Quel sera le montant payé par le propriétaire de l'appartement 2 ? Montrez votre travail.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 4.2

Crédit complet

Code 2 : La réponse est 102 000 zeds, avec ou sans calcul montré. L'unité n'est pas exigée.

- Appartement 2 : 102 000 zeds.
- Apt. 2: $\frac{85}{250} \times 300\,000 = 102\,000$ zeds.
- $\frac{300\,000}{250} = 1\,200$ zeds par mètre carré, donc l'appartement 2 coûte 102 000.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses où l'élève a appliqué la méthode correcte, mais avec une ou des erreur(s) de calcul mineure(s).

- Apt. 2: $\frac{85}{250} \times 300\,000 = 10\,200$ zeds

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Connexions

Idee majeure : Quantité

Situation : Publique

L'exemple 4.2 propose un item plus concret, portant sur des appartements « réels », dont la surface est « réelle ». L'essai de terrain confirme que cette question est nettement plus facile que celle de l'exemple 4.1.

Dans la mesure où la question nécessite une procédure de solution de problème comportant plusieurs étapes, et cela dans un contexte peu familier, cet item doit être classé dans le groupe *connexions*.



Mathématiques, unité 5

TAILLE DES ÉLÈVES

Mathématiques, exemple 5.1

Un jour, dans un cours de mathématiques, on mesure la taille de tous les élèves. La taille moyenne des garçons est 160 cm et la taille moyenne des filles est 150 cm. Aline est la plus grande : elle mesure 180 cm. Zénon est le plus petit : il mesure 130 cm.

Deux élèves sont absents ce jour-là, mais ils viennent en classe le jour suivant. On a mesuré leur taille et recalculé les moyennes. Étonnamment, ni la taille moyenne des filles ni celle des garçons n'ont changé.

Déterminez si les conclusions suivantes peuvent être tirées de ces informations.

Entourez « Oui » ou « Non » pour chacune des conclusions.

Conclusion	Peut-on tirer cette conclusion ?
Les deux élèves sont des filles.	Oui / Non
Un des élèves est un garçon et l'autre est une fille.	Oui / Non
Les deux élèves ont la même taille.	Oui / Non
La taille moyenne de l'ensemble des élèves n'a pas changé.	Oui / Non
Zénon est toujours le plus petit.	Oui / Non

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 5.1

Crédit complet

Code 1 : « Non » pour toutes les conclusions.

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Note de traduction : Le sexe des élèves est crucial – Aline est une fille et Zénon est un garçon.

Type d'item : Item à choix multiple complexe

Groupe de compétences : Réflexion

Idée majeure : Incertitude

Situation : Scolaire

La classification de l'item ne fait pas de doute : il relève du domaine de l'incertitude, puisqu'il exige la compréhension de notions statistiques ; du contexte scolaire, puisqu'il s'agit d'un type de problème que l'on ne peut rencontrer que dans une école ; et du groupe de compétences réflexion, en raison de son importante composante communicationnelle – les élèves doivent comprendre véritablement le texte dans tous ses détails, ainsi que les concepts qui le sous-tendent, qui sont également très sophistiqués. Le problème met



en jeu la capacité à poser des questions (« Comment puis-je savoir si... ? », « Comment trouver... ? », « Qu'est-ce qui est susceptible de se passer... ? », « Que se passera-t-il si... ? ») et la compréhension ainsi que le maniement de concepts mathématiques (la moyenne) dans une situation complexe.

L'aspect « mathématisation » (identifier les informations et les contenus qui sont mathématiquement pertinents) est crucial pour ce problème : une lecture superficielle ne peut conduire qu'à une interprétation erronée. La situation est réellement complexe ; elle comporte des variations au sein de la classe et au cours du temps. On parle de l'entité « classe » tout en discutant de moyennes séparées pour les *filles* et les *garçons*, mais par la suite on déclare qu'Aline est la plus grande (des filles ou des élèves) et que Zénon est le plus petit (des garçons ou des élèves). Il faut lire le texte attentivement pour remarquer que Zénon est un garçon (ce qui est essentiel) et qu'Aline est une fille. Il y a variation au cours du temps, puisque deux élèves ne sont pas présents au début, mais lorsqu'on les inclut dans la mesure, les moyennes ne changent pas. La classe s'agrandit donc, mais on ne sait pas si les deux élèves supplémentaires sont deux filles, deux garçons, ou un garçon et une fille.

Pour répondre correctement aux cinq sous-questions, les élèves doivent étudier de manière très fine les relations entre les informations disponibles et leur relation avec les données statistiques qui les résument. Les résultats de l'essai de terrain montrent que cet item est extrêmement difficile pour les élèves de 15 ans.



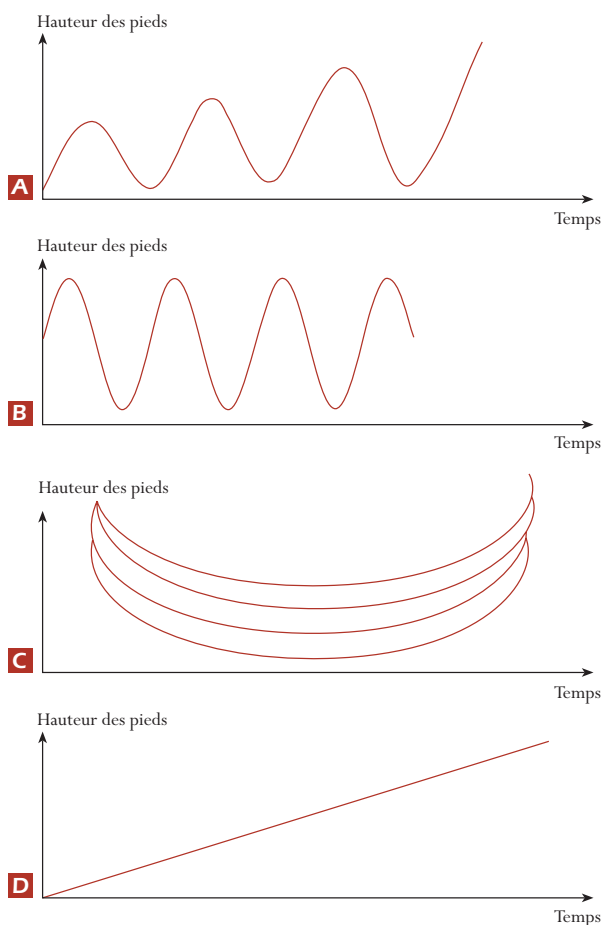
Mathématiques, unité 6

BALANÇOIRE

Mathématiques, exemple 6.1

Mohammed est assis sur une balançoire. Il commence à se balancer et essaie de monter le plus haut possible.

Quel graphique représente le mieux la hauteur de ses pieds au-dessus du sol pendant qu'il se balance ?



Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 6.1

Crédit complet

Code 1 : Réponse A.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Personnelle



Les questions de ce type sont relativement courantes dans certains systèmes scolaires (« Lequel des graphiques convient pour représenter l'énoncé ? »). Elles ont été mises à la mode durant les années 70 par l'enseignant de mathématiques canadien Janvier, qui a eu l'idée de demander aux élèves d'identifier, parmi plusieurs circuits de course automobile, celui qui correspond au graphique de vitesses proposé – utilisant donc un mode de questionnement à peu près inversé. Un item semblable a été utilisé dans PISA 2000 ; il figure dans la publication *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment* (OCDE, Paris, 2002a).

La question sur la balançoire s'avère plus facile que celle de PISA 2000, car certains des choix proposés peuvent être écartés quasiment d'emblée, ce qui n'était pas du tout le cas pour le problème des circuits automobiles.

La réponse A semble bien convenir. Le graphique B ne commence pas avec une position basse des pieds et ne prend pas de la hauteur à chaque mouvement de la balançoire. Le graphique C n'est qu'une visualisation du balancement, et dans le graphique D il n'y a aucun balancement. C'est donc A qui est la réponse correcte la plus probable, et c'est ce qu'ont répondu la plupart des élèves.

L'item relève du groupe *connexions*, dans la mesure où les élèves ont à interpréter et à relier au moins deux représentations (textuelle et graphique), et doivent relier au texte le « meilleur » des graphiques. Le fait qu'il s'agit d'un contexte familier accentue probablement la composante concrète dans le processus d'évaluation des divers choix proposés. Les élèves doivent comprendre la représentation graphique dans un contexte qui leur est familier, mais les représentations graphiques elles-mêmes ne sont pas très courantes.



Mathématiques, unité 7

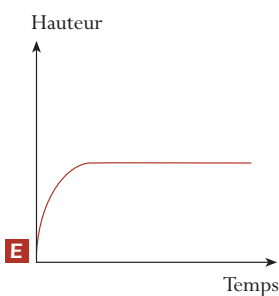
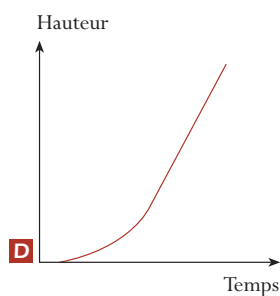
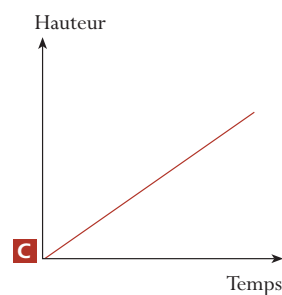
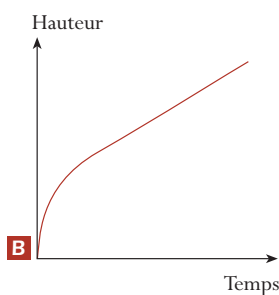
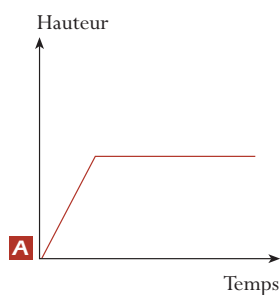
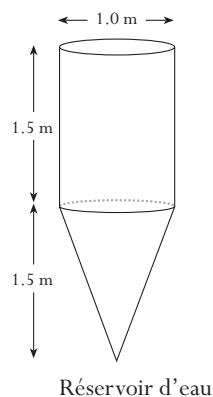
RÉSERVOIR D'EAU

Mathématiques, exemple 7.1

Un réservoir d'eau a la forme et les dimensions indiquées sur le schéma.

Au départ, le réservoir est vide. On le remplit d'eau à raison d'un litre par seconde.

Lequel des graphiques suivants illustre la façon dont le niveau d'eau évolue dans le temps ?



Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 7.1

Crédit complet

Code 1 : Réponse B.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idee majeure : Variations et relations

Situation : Scientifique



Cet exemple n'est pas très difficile à comprendre pour les élèves : le texte est très court et le schéma est clair. Les élèves sont invités à mettre en relation le texte et le schéma puis à relier cette représentation aux diverses représentations proposées sous forme de diagrammes. Ces compétences relèvent du groupe *connexions*.

Il est intéressant d'observer qu'en fait, l'item contient diverses informations qui sont inutiles. Les mesures du réservoir sont données en détail, et le débit constant de remplissage est fourni (un litre par seconde). Mais ces éléments quantitatifs n'aident en rien l'élève, puisque les graphiques ne sont que « globaux » ou « qualitatifs ». C'est intéressant, car il est rare que des items de mathématiques contiennent des informations inutiles, alors qu'elles sont presque toujours présentes dans les problèmes touchant au monde réel. En fait, une partie importante du processus de mathématisation consiste à identifier les aspects mathématiques qui sont pertinents et à se débarrasser des informations superflues.

Le contexte de cet item est classé dans la catégorie scientifique, mais des problèmes de ce type peuvent aussi se présenter dans des situations personnelles. Remplir un verre, un vase ou un seau, particulièrement lorsque le récipient n'est pas de forme cylindrique, peut réserver des surprises si l'on n'est pas conscient du fait que la vitesse à laquelle le niveau de liquide s'élève dépend de la forme du récipient. Cette conscience relève de la définition de la culture mathématique.



Mathématiques, unité 8

TEMPS DE RÉACTION

Dans un championnat de sprint, on appelle « temps de réaction » l'intervalle entre le coup de pistolet de départ et le moment où l'athlète quitte les starting-blocks. Le « temps final » comprend à la fois ce temps de réaction et le temps de course.

Le tableau suivant présente le temps de réaction et le temps final de 8 coureurs lors d'une course de sprint de 100 m :

Couloir	Temps de réaction (s)	Temps final (s)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	N'a pas terminé la course
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13



Mathématiques, exemple 8.1

Identifiez les coureurs qui ont remporté les médailles d'or, d'argent et de bronze à l'issue de cette course. Complétez le tableau ci-dessous avec les numéros de couloir, les temps de réaction et le temps final des coureurs médaillés.

Médaille	Couloir	Temps de réaction (s)	Temps final (s)
OR			
ARGENT			
BRONZE			

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 8.1

Crédit complet

Code 1 :

Médaille	Couloir	Temps de réaction (s)	Temps final (s)
Or	3	0,197	9,87
Argent	2	0,136	9,99
Bronze	6	0,216	10,04

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.



Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Reproduction

Idée majeure : Quantité

Situation : Scientifique

Il s'agit d'un item du groupe *reproduction* qui porte sur la compréhension de la notation décimale (quantité), mais où vient s'ajouter une part de complexité et d'information superflue du fait de la présence d'un temps de réaction – non nécessaire au traitement de la première question. Près des deux tiers des élèves interrogés lors de l'essai de terrain ont répondu correctement à cette question, indiquant qu'il s'agit d'un item relativement facile pour des élèves de 15 ans.

Mathématiques, exemple 8.2

À ce jour, aucun être humain ne s'est montré capable de réagir au coup de pistolet de départ en moins de 0,110 seconde.

Si le temps de réaction enregistré pour un coureur est inférieur à 0,110 seconde, on considère qu'il y a eu un faux départ, car le coureur a certainement quitté les starting-blocks avant d'avoir entendu le coup de feu.

Si le coureur qui a remporté la médaille de bronze avait eu un temps de réaction plus court, aurait-il eu une chance de remporter la médaille d'argent ? Donnez une explication à l'appui de votre réponse.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 8.2

Crédit complet

Code 1 : Oui, suivi d'une explication appropriée. Par exemple :

- Oui. S'il avait eu un temps de réaction plus rapide de 0,05 seconde, il aurait été ex-aequo avec le deuxième.
- Oui, il aurait eu une chance de remporter la médaille d'argent si son temps de réaction avait été inférieur ou égal à 0,166 s.
- Oui, avec le temps de réaction le plus rapide possible, il aurait réalisé un temps final de 9,93, ce qui est suffisant pour remporter la médaille d'argent.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses, y compris les réponses affirmatives sans explication appropriée.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Quantité

Situation : Scientifique



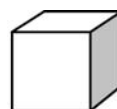
Cette question nécessite un niveau modéré de raisonnement verbal et mathématique. Si l'élève a répondu correctement à la question 8.1, il se rendra facilement compte de ce que le coureur du couloir 6 (Bronze) a un long temps de réaction (en fait, le plus long de tous), tandis que le coureur du couloir 2 (Argent) a un temps de réaction très court (en fait, le plus court de tous). Le coureur du couloir 6 aurait donc pu s'emparer de la médaille d'argent si sa réaction avait été plus rapide, dans la mesure où la différence entre les temps de réaction des deux coureurs est sensiblement plus grande que la différence entre leur temps final.

En raison des compétences d'interprétation mises en jeu, et du fait qu'il exige des comparaisons peu habituelles de nombres décimaux avec plusieurs niveaux d'arrondi, cet item doit être classé dans le groupe *connexions*.

Mathématiques, unité 9

ASSEMBLAGE DE BLOCS

Suzanne aime construire des blocs avec de petits cubes comme celui que vous voyez dans le schéma ci-dessous :



Petit cube

Suzanne a beaucoup de petits cubes comme celui-là. Elle utilise de la colle pour fixer les cubes les uns aux autres et obtenir d'autres blocs.

Pour commencer, Suzanne colle huit cubes les uns aux autres pour obtenir le bloc que montre le schéma A :

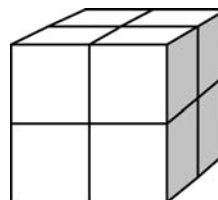


Schéma A

Ensuite, Suzanne construit les blocs pleins des schémas B et C ci-dessous :

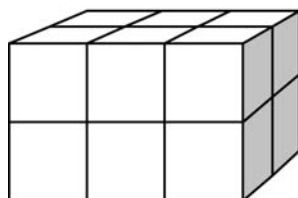


Schéma B

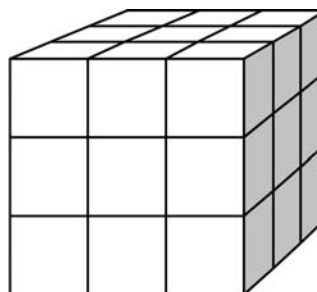


Schéma C

Mathématiques, exemple 9.1

De combien de petits cubes Suzanne aura-t-elle besoin pour construire le bloc que montre le schéma B ?

Réponse : _____ cubes.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 9.1

Crédit complet

Code 1 : 12 cubes.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Reproduction

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Personnelle



Toute banque d'items se doit de contenir des items qui, au vu des résultats des élèves, s'avèrent vraiment faciles, aussi bien que des items plus difficiles. La question de l'exemple 9.1 est très facile : les élèves peuvent comprendre l'item sans problème, car ils ont sans doute utilisé ce type de blocs très souvent (Duplo, Lego, etc.) et n'ont même pas besoin d'effectuer une multiplication pour trouver la réponse correcte. Quant au schéma B, ils voient du premier coup les six cubes de la première rangée, et savent qu'il y a six cubes aussi dans la rangée suivante. Le caractère familier et la simplicité de cet item le rangent sans conteste dans le groupe *reproduction*.

Mathématiques, exemple 9.2

De combien de petits cubes Suzanne aura-t-elle besoin pour construire le bloc plein que montre le schéma C ?

Réponse : _____ cubes.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 9.2

Crédit complet

Code 1 : 27 cubes.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Reproduction

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Personnelle

L'exemple 9.2 diffère de l'exemple 9.1 par le nombre plus grand de cubes (27), mais, sur le plan conceptuel, il s'agit de la même question. Les résultats de l'essai de terrain montrent qu'il s'agit d'un item relativement facile. Cela ne surprend pas, dans la mesure où les compétences nécessaires pour résoudre ce problème sont tout à fait élémentaires. De plus, les experts nationaux ont indiqué que les items de ce type sont proches du curriculum enseigné dans les divers pays participants.

Mathématiques, exemple 9.3

Suzanne se rend compte qu'elle a utilisé plus de petits cubes qu'il ne lui en fallait réellement pour construire un bloc comme celui du schéma C. En effet, elle aurait pu coller de petits cubes les uns aux autres pour former un bloc semblable à celui du schéma C, mais qui aurait pu être creux.

Quel est le nombre minimum de petits cubes dont elle a besoin pour former un bloc semblable à celui du schéma C, mais creux ?

Réponse : _____ cubes.

**Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 9.3**

Crédit complet

Code 1 : 26 cubes.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

*Type d'item : Item à réponse construite ouverte**Groupe de compétences : Connexions**Idée majeure : Espace et formes**Situation : Personnelle*

Pour la question de l'exemple 9.2 nous avons supposé que l'assemblage se fait avec des cubes ne tenant pas entre eux, et qu'il en faut donc 27, sans quoi le bloc s'effondre. Si l'emploi de colle est permis, il devient possible d'assembler un bloc comme celui du schéma C en utilisant moins de 27 cubes. La réponse « évidente » est 26 (il suffit d'enlever le cube central), mais cet exemple-ci permet d'observer un peu plus que cela. Cela vient du fait que l'énoncé ne dit pas explicitement que le bloc C doit avoir le même aspect quel que soit l'angle sous lequel on le regarde. Ce n'est pas indifférent, car en principe, on peut enlever plus d'un cube si l'usage de colle est autorisé, tout en respectant le schéma C. Cependant l'item suggère de manière *implicite* que le bloc doit être creux à l'intérieur, ce qui règle le problème. Mais, du point de vue de l'interprétation et de la formulation linguistique, la question n'est pas aussi directe que la précédente.

Elle peut être classée dans le groupe *connexions* pour plusieurs raisons : la mathématisation qui est requise pour appréhender les éléments essentiels de l'item, la nécessité de se représenter mentalement le creux à l'intérieur du schéma C, le raisonnement qu'il faut effectuer pour arriver à la réponse correcte, et l'absence d'une procédure ou d'un algorithme de solution standard.

Mathématiques, exemple 9.4

À présent, Suzanne souhaite construire un bloc semblable à un bloc plein qui aurait 6 petits cubes de long, 5 petits cubes de large et 4 petits cubes de haut. Elle veut utiliser le plus petit nombre possible de cubes, en laissant le plus d'espace vide possible à l'intérieur du bloc.

Quel est le nombre minimum de petits cubes dont Suzanne a besoin pour construire ce bloc ?

Réponse : _____ cubes.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 9.4

Crédit complet

Code 1 : 96 cubes.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Réflexion

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Personnelle

Pour répondre à la question 9.4, il faut supposer à nouveau que l'emploi de colle est autorisé – à cause de la façon dont le problème est formulé. En effet, il s'agit maintenant de trouver « quel est le nombre minimum de cubes nécessaire pour assembler un bloc creux de $6 \times 5 \times 4$ cubes ? »

Comme nous l'avons déjà indiqué, les élèves n'ont pas à leur disposition un procédé heuristique standard pour résoudre ce problème. Se représenter mentalement l'unique cube manquant dans un assemblage de $3 \times 3 \times 3$ cubes est sensiblement différent. Au lieu de pouvoir se contenter d'enlever mentalement ce seul cube, les élèves doivent élaborer ici une stratégie plus généralisable, qui implique un raisonnement mathématique plus complexe. Il se justifie donc de classer cet item dans le groupe de compétences *réflexion*.

Comment les élèves vont-ils procéder pour trouver la réponse correcte ? Une des stratégies possibles consiste à partir du nombre de cubes maximum : $6 \times 5 \times 4$ donne en tout 120 cubes. On enlève alors tous les cubes qu'il est possible d'enlever du centre du bloc. Comme il a 6 cubes de long, on peut en retirer 4 ; comme il en a 5 de large, on peut en retirer 3 ; comme il en a 4 de haut, on peut en retirer 2. Cela donne au total $4 \times 3 \times 2$ cubes, c'est à dire 24. Dès lors $120 - 24 = 96$, qui est la réponse correcte. C'est une bonne stratégie, qui manifeste une part réelle de compréhension. Dans un exercice en classe, il serait intéressant de demander aux élèves d'expliquer leur raisonnement, afin d'identifier des techniques d'enseignement efficaces.

Une autre stratégie pourrait consister à examiner les « murs » qui seraient nécessaires à l'assemblage du bloc souhaité. Dans ce cas, un croquis serait sans doute utile.

Pour construire le « mur » de façade, 5×4 cubes sont nécessaires ; pour celui de derrière, également 5×4 cubes. Pour les murs de côté on n'a *pas* besoin de 6×4 cubes, car ceux de devant et de derrière sont déjà pris en compte. Les murs de côté ne nécessitent donc pas 6×4 cubes, mais 4×4 cubes pour chacun des côtés. Enfin, on doit couvrir le haut et la bas, en ne comptant pas les cubes déjà placés, ce qui donne encore 3×4 . Au total, donc : 5×4 ; 5×4 ; 4×4 ; 4×4 ; 3×4 ; 3×4 , soit 96.

Il est certain que les élèves peuvent recourir à plusieurs stratégies différentes. Dans certains cas, des études comme PISA peuvent être utilisées pour trouver quelles sont les stratégies qui sont imaginées ou utilisées par les élèves quand ils



sont confrontés à ce type de problèmes complexes, où le sujet n'a que peu de moyens de former une représentation au sens traditionnel de ce terme.

C'est un item assez exigeant, presque entièrement intra-mathématique, mais qui sollicite néanmoins des compétences et des savoir-faire (comme la visualisation dans l'espace), qui sont cruciales pour la culture mathématique.



Mathématiques, unité 10

TAUX D'UN MÉDICAMENT DANS LE SANG

Mathématiques, exemple 10.1

À l'hôpital, une patiente reçoit une injection de pénicilline. La pénicilline se décompose progressivement, de sorte qu'une heure après l'injection, 60 % seulement de la pénicilline est toujours active.

Ce processus se poursuit au même rythme : à la fin de chaque heure, 60 % seulement de la pénicilline présente à la fin de l'heure précédente est toujours active.

Supposez que l'on ait injecté une dose de 300 milligrammes de pénicilline à cette patiente à 8 heures du matin.

Complétez le tableau ci-dessous en inscrivant la quantité de pénicilline qui demeurera active dans le sang de la patiente à intervalles d'une heure, de 8h00 à 11h00 du matin.

Heure	8h00	9h00	10h00	11h00
Pénicilline (mg)	300			

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 10.1

Crédit complet

Code 2 : Les trois cases sont remplies correctement, comme ci-dessous :

Heure	8h00	9h00	10h00	11h00
Pénicilline (mg)	300	180	108	64,8 ou 65

Crédit partiel

Code 1 : Une ou deux cases sont remplies correctement.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Connexions

Idee majeure : Variations et relations

Situation : Scientifique

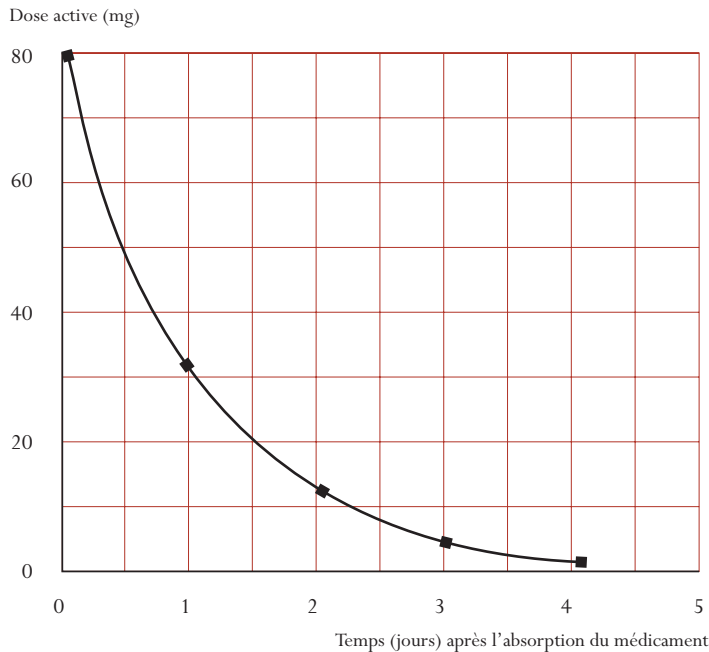
Ce premier item peut paraître sans grande complexité, mais le sujet sur lequel il porte (progression géométrique d'une dégradation) est insolite pour beaucoup d'élèves. La règle semble simple : 60 % de 60 % de 60 % de..., mais les résultats observés montrent que c'est loin d'être le cas. Certes, la notion de pourcentage a été étudiée à fond durant la scolarité primaire, mais, le plus

souvent, les élèves n'ont pas appris à mettre en œuvre ces connaissances dans une situation inédite. Repérer les informations mathématiquement pertinentes revient ici à comprendre le concept de diminution en pourcentage ou diminution géométrique (la notion en tant que telle, et non pas nécessairement les termes qui la désignent), à identifier la valeur de départ (300) et à appliquer le processus à plusieurs reprises.

Il est intéressant d'observer qu'un si grand nombre des sujets testés lors de l'essai de terrain n'ont pas réussi à trouver la réponse correcte (50% d'échecs à cet item). Cela fournit une indication importante pour évaluer la qualité et/ou l'efficacité des processus d'enseignement et d'apprentissage.

Mathématiques, exemple 10.2

Pierre doit prendre 80 mg d'un médicament pour réguler sa pression artérielle. Le graphique ci-dessous montre la quantité initiale de médicament et la quantité qui reste active dans le sang de Pierre après un, deux, trois et quatre jours.



Quelle quantité de médicament reste active à la fin du premier jour ?

- A. 6 mg.
- B. 12 mg.
- C. 26 mg.
- D. 32 mg.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 10.2

Crédit complet

Code 1 : Réponse D : 32 mg.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Reproduction

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Scientifique

Cet item est plus facile que le précédent : en fait, il ne nécessite que la lecture d'un graphique, ce qui conduit à conclure que les compétences requises appartiennent au groupe *reproduction*. Cependant, la question est posée dans un contexte inhabituel et demande un certain degré d'interprétation.

Mathématiques, exemple 10.3

Le graphique de la question précédente permet de constater que la proportion de médicament restée active dans le sang de Pierre par rapport au jour précédent est à peu près la même chaque jour.

Parmi les pourcentages suivants, lequel correspond à peu près au pourcentage de médicament qui reste actif à la fin de chaque jour, par rapport à la quantité du jour précédent ?

- A. 20 %.
- B. 30 %.
- C. 40 %.
- D. 80 %.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 10.3

Crédit complet

Code 1 : Réponse C : 40%.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexion

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Scientifique

L'exemple 10.3 se rapporte au graphique présenté dans l'exemple 10.2. On demande à l'élève de trouver le taux de dégradation dans la situation particulière qui est décrite. Du fait qu'elle est présentée sous forme d'un item à choix multiple, cette question permet à l'élève de trouver la réponse en effectuant un choix raisonné, car il sait quelle est la valeur de départ (80), il sait que la valeur suivante est 32 (s'il a répondu correctement à l'item 12.2.), ou approximativement 30 (s'il ignore l'item 10.2. et consulte



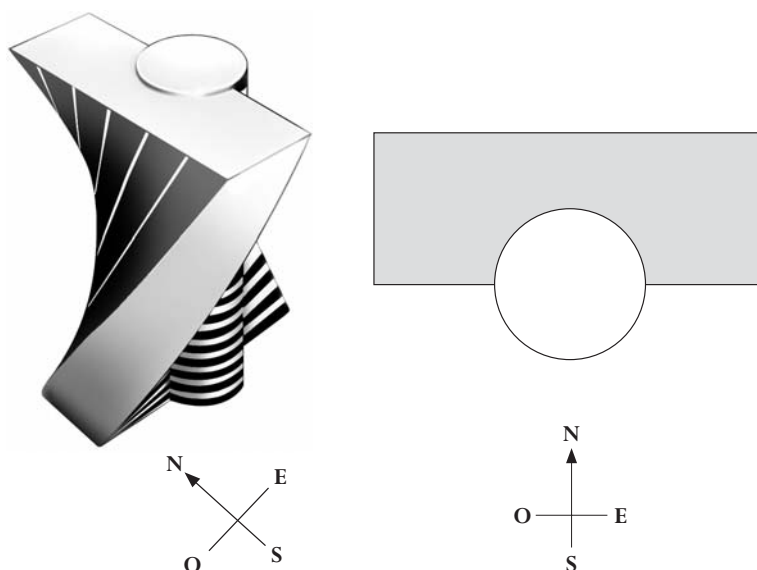
directement le graphique), et $3/8$ est une valeur proche de 40 pour cent. La part d'interprétation qui intervient dans cette question range l'item dans le groupe de compétences *connexions*.



Mathématiques, unité 11

L'IMMEUBLE TORSADÉ

En architecture moderne, les immeubles ont souvent des formes inhabituelles. L'image ci-dessous montre la maquette d'un « immeuble torsadé » conçue par ordinateur et un plan de son rez-de-chaussée. Les points cardinaux montrent l'orientation de l'immeuble.



Au rez-de-chaussée de l'immeuble se trouvent l'entrée principale et un espace commercial. Au-dessus du rez-de-chaussée, il y a 20 étages d'appartements.

Le plan de chaque étage est semblable au plan du rez-de-chaussée, mais l'orientation est chaque fois légèrement différente de celle de l'étage situé juste en dessous. Le cylindre contient la cage d'ascenseur et un palier à chaque étage.

Mathématiques, exemple 11.1

Estimez la hauteur totale de l'immeuble, en mètres. Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 11.1

Crédit complet

Code 2 : Accepter les réponses de 50 à 90 mètres si une explication correcte a été fournie. Par exemple :



- Un étage mesure environ 2,50 mètres de haut. Il y a un peu d'espace supplémentaire entre les étages. Donc on peut estimer qu'il y a $21 \times 3 = 63$ mètres.
- Comptons 4 m par étage, donc 20 étages donnent 80 m, ajoutons 10 m pour le rez-de-chaussée, et nous obtenons un total de 90 m.

Crédit partiel

Code 1 : La méthode de calcul et l'explication sont correctes, mais ne prennent en compte que 20 étages au lieu de 21. Par exemple :

- Chaque appartement pourrait mesurer 3,5 mètres de haut, 20 étages de 3,5 mètres donnent une hauteur totale de 70 m.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses, y compris les réponses données sans explication, les réponses où le nombre d'étages est incorrect (autres que 20) et les réponses où l'estimation de la hauteur d'un étage est peu plausible (considérer 4 m comme la limite supérieure).

Par exemple :

- Chaque étage a environ 5 m de haut, donc $5 \times 21 = 105$ mètres.
- 60 m.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Publique

Répondre aux questions de cette unité demande à l'élève un peu d'imagination et de perspicacité, particulièrement dans le domaine de la visualisation dans l'espace ; elles se situent dans un contexte public dont certains aspects sont familiers, mais que beaucoup d'élèves trouveront inédit. Dans le premier exemple, on demande à l'élève de réfléchir à ce que pourrait être une estimation raisonnable de la hauteur de chacun des étages d'un gratte-ciel, en tenant compte à la fois de la hauteur « visible » des pièces, mais aussi de l'épaisseur des planchers à chaque étage. Les élèves doivent établir une sorte de modèle rudimentaire, et traduire leur représentation visuelle en une représentation numérique. Il s'agit de compétences qui relèvent du groupe *connexions*.

Lors de l'essai de terrain, de nombreux élèves sont parvenus à résoudre ce problème, qui fait apparaître un léger biais en faveur des garçons. Cependant, le taux d'omissions s'avère élevé, indiquant que bon nombre d'élèves ne se sont pas donnés la peine (ou n'ont pas été capables) de faire fonctionner leur imagination de la façon requise.



Mathématiques, exemple 11.2

Les images suivantes sont des vues latérales de l'immeuble torsadé.



À partir de quelle direction la vue latérale 1 a-t-elle été dessinée ?

- A. À partir du nord.
- B. À partir de l'ouest.
- C. À partir de l'est.
- D. À partir du sud.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 11.2

Crédit complet

Code 1 : Réponse C : À partir de l'est.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Publique

Dans le second exemple, il est demandé aux élèves de comparer mentalement diverses représentations visuelles de l'immeuble, et de choisir parmi plusieurs options susceptibles de décrire les relations entre ces représentations. Le raisonnement spatial mis en jeu range l'item dans le groupe *connexions*.

Cet item s'est avéré nettement plus facile que le premier, mais il a présenté de médiocres propriétés psychométriques dans de nombreux pays. Il se peut que la qualité graphique des reproductions utilisées lors de l'essai de terrain ait été insuffisante par rapport aux exigences visuelles non négligeables mises en jeu par cette question.

Mathématiques, exemple 11.3

À partir de quelle direction la vue latérale 2 a-t-elle été dessinée ?

- A. À partir du nord-ouest.
- B. À partir du nord-est.
- C. À partir du sud-ouest.
- D. À partir du sud-est.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 11.3

Crédit complet

Code 1 : Réponse D : À partir du sud-est.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Publique

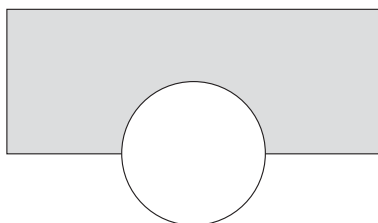
La troisième question est très proche de celle de l'exemple 11.2. Il y a lieu de noter les différences intéressantes entre les indices fournis par les deux « vues latérales » utilisées comme stimuli, respectivement dans l'exemple 11.2 et l'exemple 11.3. L'item 11.3 est un peu plus difficile que l'item 11.2, peut-être en raison des subtilités introduites par la présence d'ombres dans l'image servant de stimulus et la part d'interprétation qu'elles nécessitent.

Mathématiques, exemple 11.4

Chaque étage à appartements présente une certaine « torsion » par rapport au rez-de-chaussée. Le dernier étage (20ème étage au-dessus du rez-de-chaussée) est à angle droit par rapport au rez-de-chaussée.

Le dessin ci-dessous représente le rez-de-chaussée.

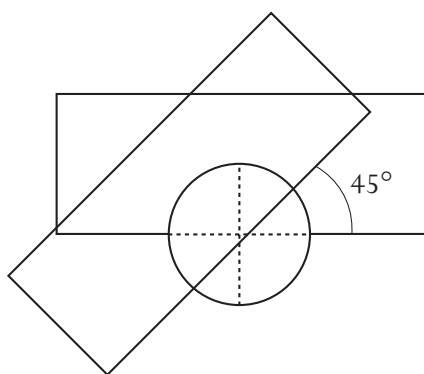
Sur ce schéma, dessinez le plan du 10ème étage, en montrant comment est situé cet étage par rapport au rez-de-chaussée.



Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 11.4

Crédit complet

Code 2 : Un dessin correct, c'est-à-dire qui indique un axe de rotation correct et une rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Accepter les angles de 40° à 50°.



Crédit partiel

Code 1 : Un des trois éléments est incorrect : soit l'angle de rotation, soit le point de rotation, soit le sens de rotation.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Connexions

Idée majeure : Espace et formes

Situation : Publique

La quatrième question invite les élèves à se représenter l'effet cumulé du phénomène de torsion au bout d'un certain nombre d'étapes, et de produire une représentation graphique du 10^{ème} étage. À nouveau, les compétences requises par cet item en termes de raisonnement spatial le rangent dans le groupe *connexions*.

Il s'agit d'un item relativement difficile, pour lequel le taux d'omissions a également été élevé lors de l'essai de terrain. Apparemment, les questions portant sur ce genre de constructions géométriques posent un réel défi à de nombreux jeunes de 15 ans.

**Mathématiques, unité 12****CONCERT ROCK****Mathématiques, exemple 12.1**

Un terrain rectangulaire mesurant 100 m sur 50 m a été réservé pour le public d'un concert de rock. Toutes les places ont été vendues et le terrain est plein de fans, tous debout.

Lequel des nombres ci-dessous est probablement la meilleure estimation du nombre total de personnes assistant au concert ?

- A. 2 000
- B. 5 000
- C. 20 000
- D. 50 000
- E. 100 000

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 12.1

Crédit complet

Code 1 : Réponse C: 20 000.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Groupe de compétences : Connexions

Idee majeure : Quantité

Situation : Publique

Le cadre d'évaluation PISA pour les mathématiques souligne l'importance des savoir-faire en matière d'estimation : ceux-ci doivent faire partie du bagage de compétences quantitatives de tout citoyen possédant une culture mathématique. Cet item se situe dans un contexte qui devrait être relativement familier pour la plupart des jeunes de 15 ans. Il demande cependant quelque interprétation, après quoi les élèves doivent se livrer activement à un exercice mettant en jeu des hypothèses sur l'espace que pourraient bien occuper (en moyenne) les personnes qui se tiennent debout dans une foule. La manière dont le problème est posé, ainsi que le type de raisonnement mathématique qu'il demande, placent cet item dans le groupe *connexions*.

Cinq réponses possibles sont proposées, parmi lesquelles l'élève n'a donc qu'à choisir la meilleure. La réponse A (2000) implique que chaque personne occupe en moyenne 2,5 mètres carrés, ce qui ne correspond pas vraiment à l'idée d'un concert où il y a foule. La réponse E (100 000) implique une densité de 20 personnes par mètre carré, ce qui est quasiment impossible en théorie, et certainement pas réaliste en pratique. Cela laisse aux élèves le choix entre trois



densités intermédiaires : une, 4 ou 10 personnes par mètre carré. Laquelle des trois options est la plus réaliste, compte tenu de la situation décrite (toutes les places ont été vendues et le terrain est plein de fans, tous debout)? Lors de l'essai de terrain, environ 30% des élèves ont retenu la réponse intermédiaire C, la plus sensée (20 000 spectateurs).

Mathématiques, unité 13

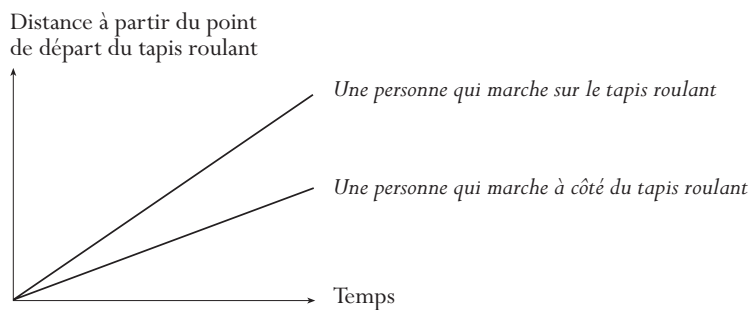
TAPIS ROULANTS

Mathématiques, exemple 13.1

La photographie ci-contre montre des tapis roulants.



Le graphique distance-temps ci-dessous permet de comparer la « marche sur le tapis roulant » et la « marche à côté du tapis roulant ».

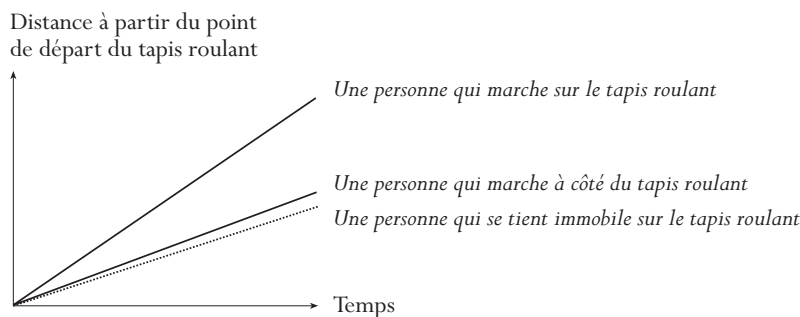


En supposant que, dans le graphique ci-dessus, la vitesse de marche soit à peu près la même pour les deux personnes, ajoutez au graphique une droite correspondant à une personne qui reste immobile sur le tapis roulant.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple de mathématiques 13.1

Crédit complet

Code 1 : Accepter la réponse si la droite se trouve en dessous des deux droites existantes, à condition qu'elle soit plus proche de la droite « Une personne qui marche à côté du tapis roulant » que de l'axe du temps.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Groupe de compétences : Réflexion

Idée majeure : Variations et relations

Situation : Scientifique



Le stimulus de cette question décrit un équipement que l'on peut voir dans certains lieux publics, et qui rappelle également d'autres phénomènes auxquels beaucoup d'élèves de 15 ans sont sans doute davantage accoutumés (par exemple, marcher à côté d'un escalator en mouvement, ou descendre en courant une rampe d'escalier qui jouxte un ascenseur). Cependant, par la nature de la question posée, cet item se range parmi ceux à contexte scientifique.

Les élèves ont affaire à une représentation mathématique de la situation décrite, et doivent mettre en œuvre beaucoup d'imagination et de perspicacité pour comprendre cette représentation. C'est un raisonnement mathématique assez sophistiqué qui est ensuite requis pour résoudre le problème et produire la réponse qui convient. Ce sont là des compétences tout à fait caractéristiques du groupe *réflexion*.

L'item s'est avéré difficile pour les élèves interrogés lors de l'essai de terrain, dont le taux de réussite a été d'environ 15 %.



ÉLABORATION DES IDÉES MAJEURES

Quantité

Description

L'organisation du monde dans lequel nous vivons passe impérativement par la quantification. Nous avons en effet besoin d'exprimer des notions comme « grand » ou « petit », « long » ou « court », « beaucoup » ou « peu », « plus » ou « moins », etc. Nous identifions des récurrences dans le monde qui nous entoure lorsque nous y introduisons des quantifications, nous désignons par la notion de « cinq » ce qu'il y a de commun dans une collection de cinq pommes, cinq personnes, cinq voitures ou cinq objets. Les nombres 1, 2, 3, etc. servent à décrire ces récurrences. Ils représentent un point de départ des activités de calcul et une source pour la recherche de récurrences plus profondes, telles que les caractères pair et impair.

Mais les nombres et le comptage pourraient ne pas constituer la toute première rencontre phénoménologique des jeunes enfants. Les enfants peuvent reconnaître les notions de « petit » et de « grand » de manière qualitative sans leur conférer de dimension numérique, qu'il s'agisse d'objets de taille différente (un « grand » gâteau par rapport à un « petit » gâteau) ou d'une série d'objets (trois objets par rapport à sept objets).

Lorsqu'on mesure des grandeurs, c'est une autre utilisation des nombres qui entre en jeu, cruciale dans la vie de tous les jours. La longueur, l'aire, le volume, la hauteur, la vitesse, la masse, la pression atmosphérique et les valeurs monétaires font l'objet de quantifications à l'aide de mesures.

Le raisonnement quantitatif est un aspect important du traitement des quantités. Il fait intervenir, notamment :

- le sens des nombres ;
- la compréhension du sens des opérations ;
- le sens de la grandeur des nombres ;
- l'élégance des calculs ;
- le calcul mental ;
- les estimations.

Par « comprendre le sens des opérations » on entend notamment la capacité à exécuter des opérations impliquant des comparaisons, des rapports proportionnels et des pourcentages. Le sens des nombres fait référence, quant à lui, aux grandeurs relatives, aux diverses représentations des nombres, aux formes de nombres équivalentes ainsi qu'au fait de pouvoir utiliser la compréhension qu'on a de ces aspects pour décrire des caractéristiques du monde.

La maîtrise de l'idée majeure *quantité* implique aussi le fait d'avoir le « sens » des quantités et de l'estimation. Pour être à même de juger de la vraisemblance de résultats numériques, l'individu doit posséder des connaissances étendues



sur toutes sortes de quantités (ou mesures) du monde réel. La vitesse moyenne d'un véhicule est-elle de 5, 50 ou 500 km/h ? La planète compte-t-elle 6 millions, 600 millions, 6 milliards ou 60 milliards d'êtres humains ? Quelle est la hauteur d'une tour ? Quelle est la largeur d'une rivière ? Pouvoir donner rapidement un ordre de grandeur est particulièrement important, d'autant plus que l'utilisation d'instruments électroniques de calcul se généralise. Il faut pouvoir estimer que le résultat de l'opération « 33×613 » est d'à peu près 20 000. Pour acquérir ce type de compétence, il n'est pas nécessaire de s'entraîner de manière intensive à exécuter mentalement des algorithmes de calcul que l'on effectue ordinairement par écrit ; cela tient plutôt à l'application souple et intelligente de connaissances sur les valeurs de position des nombres et de calculs arithmétiques à un seul chiffre (Fey, 1990).

En se servant à bon escient de leur sens des nombres, les élèves peuvent résoudre des problèmes qui nécessitent un raisonnement direct, inverse ou proportionnel. Ils sont capables d'estimer des taux de variation, d'établir un critère permettant de choisir les données à prendre en compte, ou le niveau de précision requis par les opérations et les modèles qu'ils appliquent. Ils peuvent étudier plusieurs algorithmes possibles et montrer pourquoi ils fonctionnent correctement et dans quel cas ils échouent. Ils peuvent élaborer des modèles impliquant des opérations et des relations entre opérations pour résoudre des problèmes comportant des données issues du monde réel, et établir des relations numériques requérant des opérations et des comparaisons (Dossey, 1997).

L'idée majeure de *quantité* fait également une certaine place à l'« élégance » du raisonnement quantitatif, comme celui utilisé par Gauss dans l'exemple suivant. La créativité, associée à une vraie compréhension des concepts en jeu, devrait être valorisée dans les programmes d'enseignement destinés aux jeunes de 15 ans.

Exemples

Gauss

Un jour, l'instituteur de Karl Friedrich Gauss (1777-1855) demanda à ses élèves d'additionner tous les nombres de 1 à 100, probablement dans l'intention de les occuper pendant un certain temps. Mais Gauss, qui excellait dans l'art du raisonnement quantitatif, découvrit un raccourci. Voici son raisonnement :

Vous écrivez la somme à deux reprises, la première dans l'ordre ascendant et la seconde dans l'ordre descendant, comme ceci :

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

Vous additionnez ensuite les deux sommes, colonne par colonne, pour obtenir :

$$101 + 101 + \dots + 101 + 101$$

Comme il y a exactement 100 répétitions du nombre 101 dans cette somme, sa valeur est :

$$100 \times 101 = 10\,100.$$

Puisque ce produit est égal au double de la somme originale, il vous suffit de le diviser par deux pour obtenir le résultat : 5 050.

Nombres triangulaires

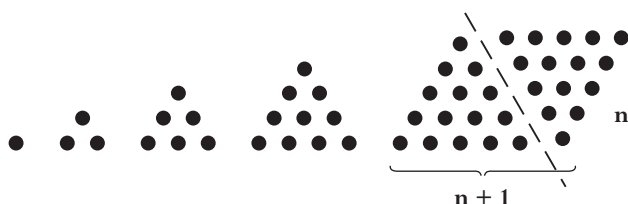
Nous pouvons étendre cet exemple de pensée quantitative impliquant des récurrences de nombres afin de montrer le lien avec la représentation géométrique de cette récurrence. On utilisera la formule qui décrit la situation générale du problème de Gauss :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n + 1)/2$$

Cette formule décrit également une récurrence géométrique bien connue : les nombres de forme $n(n+1)/2$ sont dits triangulaires, car ce sont précisément les nombres qui peuvent être obtenus lorsque des boules sont disposées dans un triangle équilatéral.

Les cinq premiers nombres triangulaires 1, 3, 6, 10 et 15 sont présentés dans la figure 1.5 ci-dessous :

Figure 1.5 ■ Les cinq premiers nombres triangulaires



Raisonnement proportionnel

Il sera intéressant d'observer la manière dont les élèves des divers pays s'y prennent pour résoudre des problèmes qui se prêtent à l'utilisation de stratégies variées. Des différences sont à prévoir, particulièrement dans le domaine du raisonnement proportionnel. Il se pourrait qu'une seule stratégie soit majoritairement observée dans certains pays pour chacun des items, alors que les élèves d'autres pays auraient recours à plusieurs stratégies. Il se pourrait aussi que l'on observe des similitudes de raisonnement pour résoudre des problèmes qui ne paraissent pourtant pas très voisins. Ceci est en accord avec les résultats obtenus dans le cadre de recherches récentes sur les données TIMSS (Mitchell, J. *et al.*, 2000). Les différentes stratégies et les relations existant entre elles sont illustrées dans les trois items suivants :

1. Vous avez décidé d'organiser une fête ce soir. Vous voulez acheter 100 canettes de limonade. Combien de paquets de six canettes allez-vous acheter ?
2. Une jeune femme s'envole en delta-plane d'une falaise de 120 mètres de haut. Le coefficient de descente en vol plané du delta-plane est de 1 pour 22. La pilote compte atteindre un endroit situé à une distance de 1400 mètres. Réussira-t-elle à atteindre cet endroit (en l'absence de vent) ?



3. Une école souhaite louer des mini-bus (avec des sièges pour huit passagers) pour emmener 98 élèves sur le lieu d'un camp. Combien de mini-bus l'école doit-elle louer ?

Le premier item peut être considéré comme un problème de division ($100 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$), qui laisse ensuite les élèves devant une difficulté d'interprétation nécessitant un retour au contexte (que signifie le reste ?). Le second item peut être résolu par un raisonnement proportionnel (le pilote peut parcourir une distance de 22 mètres par mètre de hauteur, donc, en s'élançant à 120 mètres de haut...). De nombreux élèves résoudreont le troisième item comme s'il s'agissait d'un problème de division. Pourtant, ces trois items peuvent être résolus à l'aide de la méthode proportionnelle :

Canettes :	1	10	5	15	2	17
	6	60	30	90	12	102
Delta-plane :	1	100	20	120		
	22	2 200	440	2 640		
Mini-bus :	1	10	2	13		
	8	80	16	104		

Identifier cette similitude relève d'une compétence appartenant à la culture mathématique. En effet, les élèves mathématiquement « cultivés » n'ont pas besoin de rechercher l'outil ou l'algorithme particulier qui convient à chacun des cas ; ils ont à leur disposition un éventail de stratégies parmi lesquelles ils peuvent choisir.

Pourcentages

Charles s'est rendu dans un magasin pour acheter une veste dont le prix normal est de 50 zeds, mais qui est soldée avec une réduction de 20 %. La Zedlande applique une taxe de 5 % sur les ventes. Le vendeur a d'abord ajouté les 5 % de taxe au prix de la veste, puis a déduit les 20 % de réduction. Charles a protesté : il aurait voulu que le vendeur déduise les 20 % avant d'ajouter les 5 % de taxe.

Est-ce que cela entraîne une différence ?

Les problèmes impliquant ce type de réflexion quantitative et nécessitant l'exécution des calculs mentaux surgissent fréquemment lorsque l'on fait des achats. La capacité à traiter correctement ce genre de problèmes est fondamentale pour la culture mathématique.

Espace et formes

Description

La forme est un objet mathématique vital, évolutif et fascinant, qui a des liens étroits avec la géométrie classique, mais va bien au-delà en termes de contenu, de sens et de méthode. Pour entrer en interaction avec des formes réelles, nous



devons comprendre le monde visuel qui nous entoure ainsi que sa description, et encoder et décoder des informations visuelles. Il nous faut aussi interpréter ces informations. Pour appréhender le concept de forme, les élèves doivent être capables de découvrir en quoi des objets sont semblables et en quoi ils sont différents, d'analyser les divers composants des objets et de reconnaître des formes sous des représentations et dans des dimensions différentes.

Il est important de ne pas se limiter aux formes en tant qu'entités statiques. Les formes peuvent se modifier comme toute autre entité. Dans certains cas, la technologie informatique permet une visualisation élégante de ces changements. Les élèves doivent être en mesure d'identifier les structures et les régularités au fur et à mesure que les formes changent. La figure 1.6 en donne un exemple dans la section suivante.

La position relative des formes les unes par rapport aux autres en fonction de la position d'un observateur constitue un autre aspect dynamique important de l'étude des formes. Pour assimiler cette notion, nous devons non seulement comprendre la position relative des objets, mais aussi nous interroger sur la manière dont nous voyons les choses, sur les raisons pour lesquelles nous les voyons ainsi, etc. La relation entre les formes ou les images et leur représentation en deux ou trois dimensions joue un rôle essentiel dans ce domaine.

On peut citer d'innombrables exemples de situations mettant en jeu cette forme de pensée : identifier et mettre en relation la photographie d'une ville et le plan de cette ville, en localisant l'endroit à partir duquel la photographie a été prise ; être capable de dessiner un plan ; comprendre pourquoi un immeuble proche paraît plus grand qu'un autre plus éloigné et pourquoi les rails de chemin de fer semblent se rejoindre à l'horizon, etc. Toutes ces questions relèvent de l'idée majeure *espace et formes*.

Comme les élèves vivent dans un espace en trois dimensions, les vues d'objets selon trois aspects orthogonaux (vue de face, de profil et du sommet, par exemple) devraient leur être familières. Ils devraient être conscients de la portée et des limites des différentes représentations de formes tridimensionnelles, ainsi que le montre l'exemple présenté dans la figure 1.7 ci-dessous. Ils doivent non seulement comprendre la position relative des objets, mais également comment s'orienter dans l'espace, parmi des constructions et des formes. À titre d'exemple, citons la lecture et l'interprétation d'une carte géographique et la mise au point d'instructions à suivre pour se rendre d'un point A à un point B en utilisant des coordonnées, une description en langue courante ou un croquis.

La compréhension du concept de formes inclut également la capacité à réaliser une représentation bidimensionnelle d'un objet en trois dimensions, et inversement, même lorsque l'objet tridimensionnel est présenté en deux dimensions. L'exemple proposé ci-dessous par la figure 1.8 en est une illustration.



Pour conclure, voici la liste des aspects clés du domaine *espace et formes* :

- reconnaissance des formes et des récurrences ;
- description, encodage et décodage d'informations visuelles ;
- compréhension des changements dynamiques des formes ;
- similitudes et différences ;
- positions relatives ;
- représentations en deux et trois dimensions et relations qui existent entre elles ;
- orientation dans l'espace.

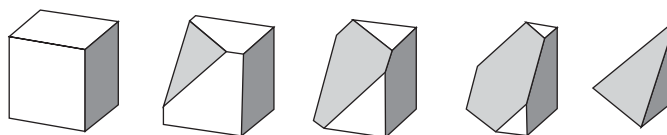
Exemples

La figure 1.6 est un exemple simple montrant que la visualisation de formes qui évoluent exige une certaine souplesse d'esprit. L'exemple porte sur un cube qui fait l'objet de diverses coupes planes. De nombreuses questions pourraient être posées à propos de cette figure, par exemple :

Quelles sont les formes qui peuvent être produites par une seule coupe plane ?

Combien de faces, arêtes et sommets obtient-on si le cube est ainsi sectionné ?

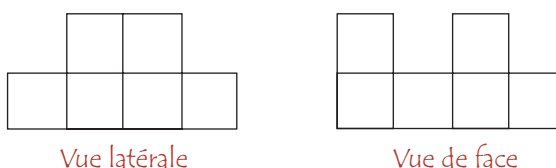
Figure 1.6 ■ Coupes planes d'un cube



Ci-dessous figurent trois exemples qui illustrent la nécessité pour les élèves d'être familiarisés avec les représentations de formes tridimensionnelles. Le premier exemple (figure 1.7) présente la vue de face et la vue latérale d'un objet constitué de cubes. La question posée est la suivante :

Combien de cubes a-t-il fallu pour créer cet objet ?

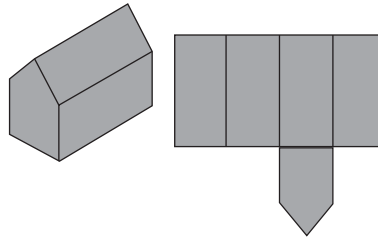
Figure 1.7 ■ Vue de face et vue latérale d'un objet constitué de cubes



Il peut être très surprenant – tant pour les élèves que pour les enseignants – de constater que le nombre maximum de cubes est 20 et le nombre minimum, 6 (de Lange, 1995).

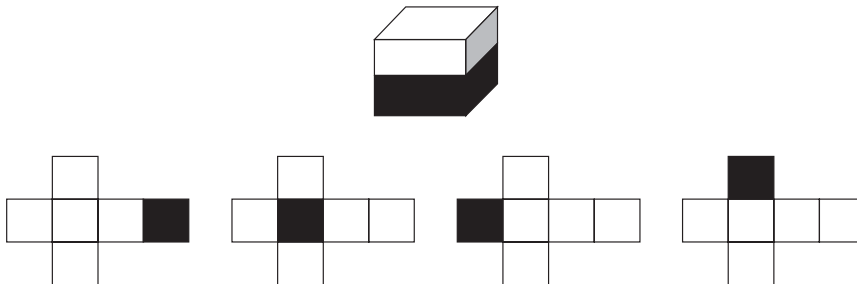
L'exemple suivant propose la représentation bidimensionnelle d'une grange ainsi que son développement incomplet. Le problème consiste à compléter le développement de la grange.

Figure 1.8 ■ Représentation bidimensionnelle d'une grange tridimensionnelle et son développement (incomplet)



Le dernier exemple, proche du précédent, est présenté par la figure 1.9 ci-dessous (adaptation de Herskovitz *et al.*, 1996).

Figure 1.9 ■ Cube à fond noir



La moitié inférieure du cube a été peinte en noir. La face inférieure est déjà de couleur noire sur chacun des quatre développements. Les élèves peuvent être invités à terminer chaque développement en noircissant les carrés appropriés.

Variations et relations

Description

Selon Stewart (1990), pour être sensibles aux régularités dans le domaine des variations, nous devons pouvoir :

- représenter les variations sous une forme compréhensible ;
- comprendre les types fondamentaux de variations ;
- reconnaître des types particuliers de variation lorsqu'ils se rencontrent ;
- appliquer ces techniques au monde extérieur ;
- maîtriser les changements de l'univers au mieux de nos intérêts.



Les variations et les relations peuvent être représentées visuellement de plusieurs façons : de manière numérique (par exemple sous forme de tableau), de manière symbolique ou graphique. Pouvoir transposer une représentation d'une forme à une autre est d'une importance capitale, ainsi que pouvoir identifier et comprendre des relations et des types de variation fondamentaux. Les élèves devraient maîtriser les notions de progression linéaire (processus additifs), de progression géométrique (processus multiplicatifs), ainsi que les notions de progression périodique et de progression logistique (ces dernières au moins de manière informelle, à titre de cas particuliers du phénomène de progression géométrique).

Les élèves devraient aussi pouvoir identifier les relations entre ces modèles, c'est-à-dire connaître les différences essentielles entre processus linéaire et processus exponentiel, savoir que la progression en pourcentage est identique à la progression géométrique, comment et pourquoi la progression logistique se produit, que ce soit dans des situations continues ou discrètes.

Les variations interviennent dans un système où les phénomènes ou les objets sont interdépendants, et au sein duquel chaque élément influence les autres. Les phénomènes évoqués dans les exemples de la synthèse ci-dessus concernent tous des changements qui interviennent au fil du temps. Mais la vie réelle fournit aussi beaucoup d'exemples dans lesquels les objets sont reliés entre eux sous de multiples autres formes. En voici deux :

Si la longueur de la corde d'une guitare est réduite de moitié, la nouvelle tonalité est inférieure d'une octave à la tonalité originale. La tonalité dépend donc de la longueur de la corde.

Lorsque nous déposons de l'argent sur un compte bancaire, nous savons que le solde du compte dépendra de l'importance, de la fréquence et du nombre de dépôts et de retraits ainsi que des taux d'intérêt.

Les relations conduisent à la notion de dépendance. Il y a dépendance lorsque les propriétés et les variations de certains objets mathématiques peuvent influencer (ou être influencées par) les propriétés et les variations d'autres objets mathématiques. Les relations mathématiques prennent souvent la forme d'équations ou d'inégalités, mais des relations d'ordre plus général peuvent également se rencontrer.

Le domaine *variations et relations* fait appel à la pensée fonctionnelle. Cela implique pour les jeunes de 15 ans le fait de comprendre la notion de taux de variation, de gradient et de pente (même si cela ne doit pas nécessairement passer par une approche formelle), ainsi que la notion de dépendance d'une variable par rapport à une autre. Ils doivent être capables de poser des jugements sur la vitesse à laquelle les processus se déroulent, y compris en termes relatifs.

L'idée majeure *variations et relations* est étroitement liée à des aspects relevant d'autres idées majeures. L'étude des régularités dans le domaine des nombres



peut mener à la découverte de relations surprenantes: les nombres de Fibonacci et le nombre d'or par exemple. La notion de nombre d'or joue également un rôle en géométrie. Beaucoup d'autres exemples de variations et de relations se rencontrent dans le domaine de l'espace et des formes, par exemple l'accroissement d'une surface en fonction de l'augmentation du périmètre ou diamètre. La géométrie euclidienne se prête également à l'étude des relations. La relation entre les trois côtés d'un triangle en est un exemple bien connu. Si la longueur de deux côtés est connue, la longueur du troisième n'est pas déterminée, mais l'intervalle dans lequel elle se situe est connu : les extrémités de l'intervalle correspondent respectivement, à la valeur absolue de la différence entre les deux autres côtés et à leur somme. Plusieurs autres relations similaires existent pour les divers éléments d'un triangle.

De nombreux problèmes relevant du domaine de l'*incertitude* peuvent être considérés sous l'angle des *variations* et des *relations*. Si un joueur lance deux dés et obtient un quatre avec l'un des dés, quelle est la probabilité que la somme des deux dés excède sept ? La réponse (50 %) dépend de la proportion de résultats potentiellement favorables par rapport à l'ensemble des résultats possibles, ce qui constitue une dépendance fonctionnelle.

Exemples

Excursion scolaire

Une école souhaite louer un autocar pour organiser une excursion et demande des informations sur les tarifs à trois sociétés de transport.

La société A propose un montant forfaitaire de 375 zeds, augmenté de 0,5 zed par kilomètre parcouru. La société B propose un tarif forfaitaire de 250 zeds, augmenté de 0,75 zed par kilomètre parcouru. La société C pratique un tarif unique de 350 zeds jusqu'à 200 kilomètres, plus un montant de 1,02 zed par kilomètre parcouru au-delà des premiers 200 kilomètres.

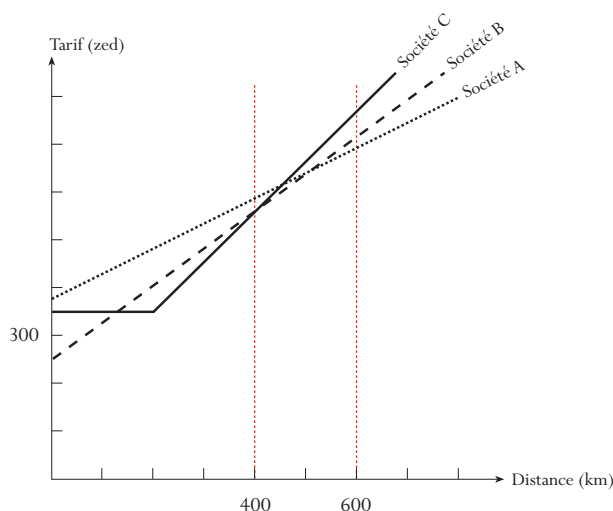
Quelle société l'école doit-elle choisir si la distance totale qui sera parcourue au cours de l'excursion est comprise entre 400 et 600 kilomètres ?

Mis à part les éléments fictifs du contexte, il s'agit ici d'un problème qui est susceptible de se présenter. Pour le résoudre, il faut formuler et appliquer plusieurs équations, inéquations et relations fonctionnelles. Il peut être abordé soit par des moyens graphiques, soit par des moyens algébriques, voire par la combinaison des deux. Le fait que la distance totale à parcourir lors de l'excursion ne soit pas précisément indiquée introduit en outre des liens avec l'idée majeure d'*incertitude*.

La figure 1.10 ci-dessous propose une représentation graphique du problème.



Figure 1.10 ■ Tarifs pratiqués par les trois sociétés de transport



Prolifération cellulaire

Des médecins surveillent la multiplication de cellules. Ils s'intéressent plus particulièrement au moment où leur nombre atteindra 60 000, car c'est à ce moment-là qu'ils devront entamer une expérience. Le tableau des résultats est le suivant :

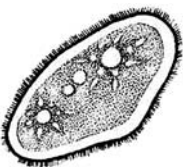
Temps (jours)	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Cellules	597	893	1 339	1 995	2 976	2 976	14 719	21 956	32 763

À quel moment les cellules seront-elles au nombre de 60 000 ?

Proie et prédateur

Le graphique suivant montre la croissance de deux organismes vivants : le Paramecium et le Saccharomyces.

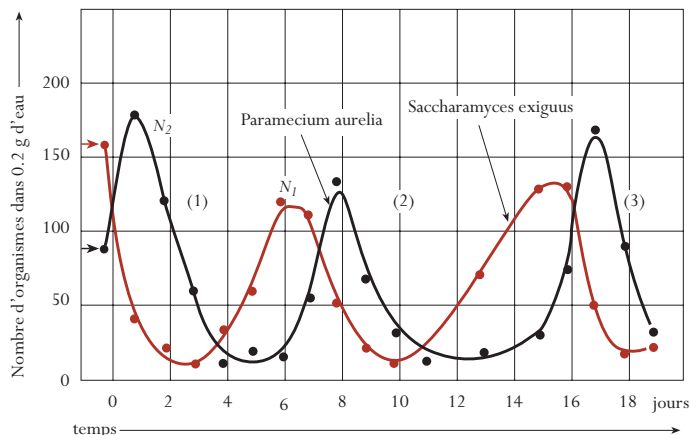
Paramecium



Saccharomyces



Modèle Proie-Prédateur





L'un des deux organismes (le prédateur) mange l'autre (la proie). Sur la base du graphique, pouvez-vous déterminer lequel est la proie et lequel est le prédateur ?

L'une des propriétés des phénomènes « proie-prédateur » s'énonce comme suit : le taux de croissance des prédateurs est proportionnel au nombre de proies disponibles. Cette propriété s'applique-t-elle au graphique ci-dessus ?

Incertitude

Description

Science et technologie ont rarement à faire avec des certitudes. Les sciences ont pour ambition de découvrir comment fonctionne le monde et leur degré de réussite conditionne notre capacité à décrire de manière fiable ce qui s'est produit dans le passé et à prévoir correctement ce qui est susceptible de se produire à l'avenir. Or, les connaissances scientifiques sont rarement, voire jamais, absolues ; il arrive même qu'elles soient erronées. En conséquence, même les prévisions les mieux fondées d'un point de vue scientifique contiennent toujours une part d'incertitude.

Les recommandations concernant la place à réserver aux données, à la statistique et aux probabilités dans les programmes d'enseignement mettent surtout l'accent sur l'analyse des données. Il en découle que la statistique, en particulier, est souvent considérée comme une collection de compétences spécifiques. David S. Moore a bien mis en évidence la vraie nature de l'idée d'incertitude. La définition adoptée dans le cadre du programme OCDE/PISA s'inspire des idées qu'il a exposées dans *'On the Shoulders of Giants'* (Steen, 1990) ainsi que de celles développées par F. James Rutherford dans *'Why Numbers Count'* (Steen, 1997).

C'est la faculté d'aborder intelligemment les variations et l'incertitude qui est l'objectif central de l'enseignement en matière de données et de hasard. Le concept de variation est difficile à saisir : des enfants qui commencent leur apprentissage scolaire par l'orthographe et les multiplications s'attendent à ce que le monde ne puisse être que déterministe. Ils apprennent rapidement à penser qu'une (et une seule) réponse est correcte, et que toutes les autres sont incorrectes, du moins lorsque ces réponses se présentent sous forme numérique. Les variations sont inattendues et les mettent mal à l'aise.

Les statistiques apportent une contribution unique et importante à l'enseignement des mathématiques : le fait de raisonner en se fondant sur des données empiriques incertaines. Cette forme de pensée statistique devrait faire partie de l'arsenal mental de tous les citoyens réfléchis. Les éléments principaux sont les suivants :

- l'omniprésence de la variation dans les processus ;
- la nécessité de disposer de données à propos des processus ;
- la prise en considération des variations lorsqu'on établit un plan de collecte de données ;
- la quantification des variations ;
- l'explication des variations.



Les données ne sont pas uniquement des nombres : ce sont des nombres placés dans un contexte. Elles font donc appel à notre connaissance de ce contexte, qui nous permet de les comprendre et de les interpréter, plutôt que de nous borner à effectuer des opérations arithmétiques à leur propos. Dans les premières années de scolarité, les statistiques ne sont pas principalement enseignées pour elles-mêmes, mais parce qu'elles constituent un moyen efficace de développer la compréhension et le raisonnement quantitatifs et d'appliquer des concepts d'arithmétique et de représentation graphique dans la résolution de problèmes.

Réunir des données de bonne qualité à propos de problèmes importants n'est pas chose facile. Dans le cadre de l'étude OCDE/PISA, les données doivent être intéressantes, pertinentes et pratiques et elles doivent avoir un sens pour les élèves.

On obtient des données en mesurant certaines caractéristiques, c'est-à-dire en les représentant par un nombre. Réfléchir au concept de mesure conduit à une vision adulte des raisons pour lesquelles certains nombres sont porteurs d'information et d'autres sont dénués de sens ou de pertinence. Tout d'abord, il faut définir un mode valide de mesure. La longueur ne pose guère de problèmes, une règle graduée offre généralement un degré de précision qui suffit à de nombreuses fins. L'aire peut susciter des difficultés, car l'incertitude intervient même dans les mesures physiques. Non seulement l'instrument utilisé est important, mais le degré de précision requis et la variabilité des mesures le sont aussi.

La conception d'enquêtes sur échantillon est un des thèmes centraux de la statistique. Par l'analyse des données on s'efforce de comprendre les données spécifiques qui sont disponibles, en supposant que ces données représentent une population plus large. Le concept d'échantillon aléatoire simple est essentiel pour amener les jeunes de 15 ans à comprendre les problèmes relevant de l'incertitude.

Voici un exemple célèbre :

En 1975, Ann Landers, chroniqueuse réputée, a demandé à ses lecteurs :

« Si c'était à refaire, auriez-vous des enfants ? »

Sur les dix mille personnes qui se sont manifestées, 70 % ont répondu « NON ».

Il est bien connu que, dans les sondages faisant appel à des volontaires, une proportion écrasante de réponses proviennent de personnes qui éprouvent des sentiments (négatifs) exacerbés sur le sujet. Une enquête portant sur la même question et fondée sur un échantillon aléatoire simple a montré que 90 % des parents auraient encore des enfants si c'était à refaire.

L'essence même de l'analyse des données est de « laisser parler les données » en y recherchant des régularités, sans se demander (au départ) si les données sont représentatives d'un univers plus vaste.

Les phénomènes se manifestent par des résultats qui, pris individuellement, sont incertains, et la séquence de résultats répétés est souvent aléatoire. On a pu



montrer que notre conception intuitive du hasard est en contradiction profonde avec les lois de la probabilité (Garfield et Ahlgren, 1988 ; Tversky et Kahneman, 1974). Cela est dû en partie au fait que les élèves abordent peu le domaine de l'aléatoire. L'étude des données offre un cadre naturel à ce type d'expériences. C'est pourquoi un principe important de l'apprentissage et de l'enseignement de l'incertitude devrait être de donner la priorité à l'analyse des données plutôt qu'aux inférences et aux probabilités formelles. Même au niveau post-secondaire, de nombreux étudiants ne réussissent pas à comprendre les probabilités et les inférences à cause d'idées fausses que l'étude de règles formelles n'a pas réussi à déloger. Dans l'étude OCDE/PISA, le concept de probabilité sera généralement abordé à partir de situations concernant des instruments du hasard (pièces de monnaie, dés, roues de la fortune) ainsi que sur des situations de la vie courante d'une complexité limitée pouvant être analysées de manière intuitive ou modélisées à l'aide de ces instruments.

L'incertitude a aussi d'autres sources, comme dans le cas des variations naturelles de la taille des élèves, des notes en lecture, des revenus d'un groupe de personnes, etc. Une étape très importante à franchir, même pour les jeunes de 15 ans, consiste à considérer l'étude des données et du hasard comme un ensemble cohérent. La progression consistant à partir de la simple analyse des données, à passer par le recueil de données, pour aboutir aux probabilités et aux inférences, peut constituer un principe intégrateur de ce type.

Les activités et les concepts mathématiques spécifiques qui sont importants pour ce domaine sont les suivants :

- la production de données (identifier des moyens valides pour mesurer telle ou telle caractéristique, juger de la validité des données en fonction de leur usage prévu) L'attitude critique ainsi joue un rôle capital ici. Un autre point clé est lié à la conception de l'étude statistique ;
- l'analyse et la visualisation/représentation des données, les représentations graphiques de données et les descriptions numériques comme la moyenne ou la médiane ;
- les probabilités ;
- l'inférence, qui joue cependant un rôle mineur pour les élèves soumis à l'évaluation OCDE/PISA, car l'étude formelle de cet aspect et des méthodes spécifiques qui le concernent est normalement réservée aux élèves du secondaire supérieur.

Exemples

Les exemples suivants illustrent l'idée majeure d'*incertitude*.

Âge moyen

Si 40 % des habitants d'un pays ont au moins 60 ans, est-il possible que l'âge moyen de la population soit de 30 ans ?



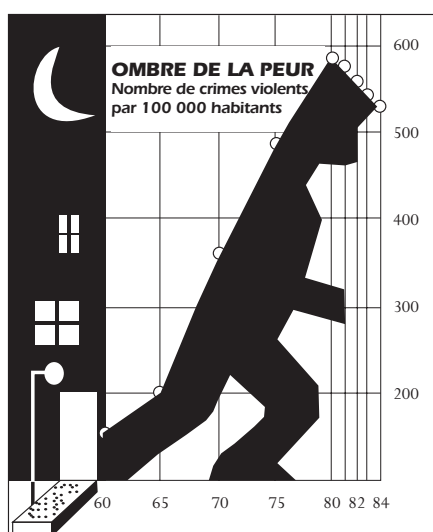
Augmentation des revenus ?

Le revenu des habitants de la Zedlande a-t-il augmenté ou diminué au cours de ces dernières décennies ? Le revenu moyen par ménage a chuté : en 1970 il était de 34 200 zeds, en 1980 il était de 30 500 zeds et en 1990 de 31 200 zeds. En revanche, le revenu moyen par personne a augmenté : il est passé de 13 500 zeds en 1970, à 13 850 zeds en 1980 et à 15 777 zeds en 1990.

Un ménage est constitué de toutes les personnes habitant à la même adresse. Expliquez pourquoi il est possible que le revenu des ménages diminue et qu'au même moment le revenu par personne augmente en Zedlande.

Accroissement de la criminalité

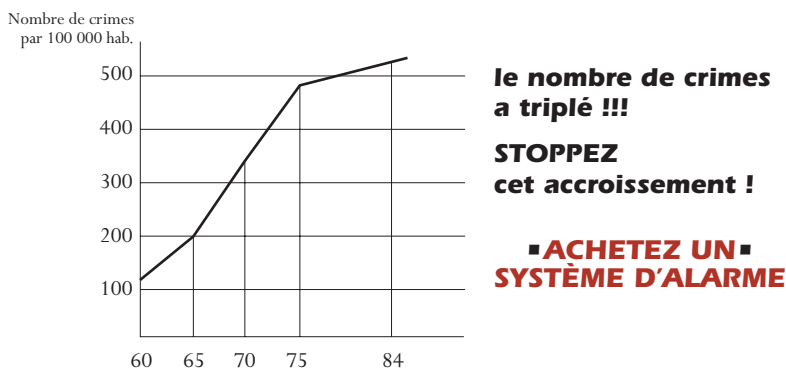
Le graphique suivant est extrait de l'hebdomadaire zedlandais « Les Nouvelles ».



Il présente l'évolution du nombre de crimes déclarés par 100 000 habitants, pour des intervalles de temps qui sont au début de cinq ans, puis passent à un an.

Combien y a-t-il eu de crimes déclarés par 100 000 habitants en 1960 ?

Les fabricants de systèmes d'alarme ont utilisé les mêmes données pour établir le graphique suivant :





Comment les graphistes s'y sont-ils pris pour établir ce graphique ? Et pourquoi ?

La police n'a guère apprécié le graphique préparé par les fabricants de systèmes d'alarme, car elle souhaite montrer que sa lutte contre la criminalité a eu du succès.

Dessinez un graphique que la police pourrait utiliser pour démontrer que le taux de criminalité a récemment diminué. ┘



Compréhension de l'écrit

Définition du domaine	120
Format de texte	121
▪ Textes continus	121
▪ Textes non continus.....	122
Caractéristiques des items	124
▪ Cinq processus (aspects).....	124
▪ Types d'items.....	130
▪ Codage	131
Situations	131
Présentation des résultats	133
▪ Établissement des échelles de compréhension de l'écrit	133
▪ Présentation des résultats	133
▪ Élaboration d'une « carte » des items	135
▪ Niveaux de compétence en compréhension de l'écrit.....	136



DÉFINITION DU DOMAINE

La définition de la lecture et de la compréhension de l'écrit a évolué au fil du temps, parallèlement aux évolutions sociétales, économiques et culturelles. Le concept d'apprentissage, et plus particulièrement celui d'apprentissage tout au long de la vie, a élargi la notion de compréhension de l'écrit et a multiplié les exigences qui y sont associées. La littératie n'est plus considérée comme une faculté acquise uniquement pendant l'enfance et les premières années de scolarisation. Elle est désormais définie comme un ensemble dynamique de connaissances, de compétences et de stratégies que les individus étoffent tout au long de leur vie dans les diverses situations qui se présentent à eux et par les interactions avec leurs semblables et les communautés dans lesquelles ils vivent.

Au cours d'un processus de recherche de consensus auquel ont participé le groupe d'experts chargé de la lecture et les groupes de conseillers de l'étude OCDE/PISA, la définition suivante de la compréhension de l'écrit a été adoptée :

« Comprendre l'écrit, c'est non seulement comprendre et utiliser des textes écrits, mais aussi réfléchir à leur propos. Cette capacité devrait permettre à chacun de réaliser ses objectifs, de développer ses connaissances et son potentiel et de prendre une part active dans la société. »

Cette définition va au-delà du simple décodage et de la compréhension littérale. Elle implique la compréhension et l'utilisation de l'écrit, mais aussi la réflexion à son propos à différentes fins. Elle prend donc en considération le rôle actif et interactif que joue le lecteur lorsqu'il dégage du sens de textes écrits. Elle reconnaît par ailleurs le large éventail de situations dans lesquelles la compréhension de l'écrit intervient pour les jeunes adultes : de la vie privée à la vie publique, de l'école au travail, au cours de toute une vie d'apprentissage et de citoyenneté active. Elle exprime l'idée que la compréhension de l'écrit permet l'accomplissement des aspirations individuelles, qu'il s'agisse d'aspirations bien définies – obtenir un diplôme ou trouver un emploi, par exemple – ou d'aspirations moins immédiates, qui concernent l'épanouissement personnel de l'individu. La compréhension de l'écrit fournit également au lecteur un ensemble d'outils linguistiques dont il a de plus en plus besoin pour répondre aux exigences de nos sociétés modernes avec leurs institutions officielles, leurs grandes administrations et leurs systèmes juridiques complexes.

Les lecteurs réagissent de différentes manières à un texte donné à mesure qu'ils cherchent à utiliser et comprendre ce qu'ils lisent. Ce processus dynamique implique de multiples facteurs, dont certains peuvent être opérationnalisés dans des évaluations à grande échelle telles que le programme PISA de l'OCDE : la situation de lecture, la structure du texte et les caractéristiques des questions posées au sujet du texte. Ces facteurs sont tous considérés comme des éléments importants du processus de compréhension de l'écrit et ont été pris en compte lors de la conception des items utilisés lors des épreuves.

Pour utiliser les formats de texte, les situations et les caractéristiques des items de test lors de la conception des tâches d'évaluation et, plus tard, lors de

l'interprétation des résultats, il a fallu opérationnaliser ces éléments. En d'autres termes, il a fallu spécifier la valeur et le champ d'application de chacune des composantes, ce qui a permis de classer les tâches par catégorie, de sorte que la pondération de chaque composante puisse être prise en considération lors de l'assemblage définitif de l'épreuve d'évaluation.

FORMAT DE TEXTE

La distinction entre les textes continus et non continus est l'une des dimensions essentielles sur lesquelles se fonde l'organisation du programme PISA de l'OCDE.

- *Les textes continus* sont constitués de phrases, elles-mêmes organisées en paragraphes. Ils peuvent s'inscrire dans des structures plus vastes, telles que des sections, des chapitres et des livres. La classification principale des textes continus se fonde sur leur objectif rhétorique, c'est-à-dire sur le type de texte.
- *Les textes non continus* (ou documents, ainsi qu'on les désigne parfois) peuvent être classés de deux manières. La première est l'approche par la structure formelle qu'ont utilisée les travaux de Kirsch et Mosenthal. Ces auteurs distinguent les textes selon la manière dont sont agencées les listes sous-jacentes pour établir les différents types de textes non continus. Leur approche est utile pour comprendre les similitudes et les différences entre les types de textes non continus. L'autre approche classe les textes en fonction d'une description des formats rencontrés habituellement. C'est celle qu'a adoptée le programme PISA de l'OCDE pour classer les textes non continus.

Textes continus

Les types de texte correspondent à des façons standardisées de classer des textes continus, en fonction de leur contenu et de l'objectif de leur auteur.

- Le texte *narratif* est un type de texte où l'information concerne les propriétés des objets dans le temps. La narration répond typiquement à la question « quand... ? » ou à la question « dans quel ordre... ? »
- Le texte *informatif* est un type de texte dans lequel l'information se présente sous la forme d'un ensemble de concepts ou de constructs mentaux, ou encore sous la forme d'éléments constitutifs de ces concepts et constructs. Le texte fournit une explication sur la façon dont ces composantes s'organisent pour former un tout significatif et répondent souvent à la question « comment... ? »
- Le texte *descriptif* est un type de texte où l'information porte sur les propriétés des objets dans l'espace. La question typique à laquelle les textes descriptifs apportent une réponse est « qu'est-ce que... ? »
- Le texte *argumentatif* est un type de texte qui présente des propositions relatives aux rapports entre des concepts ou d'autres propositions. Les textes argumentatifs répondent souvent à la question « pourquoi... ? ». Une autre sous-catégorie importante des textes argumentatifs est celle des textes persuasifs.



- Le texte *de directives* (appelé parfois texte injonctif) est un type de texte qui fournit des directives sur ce qu'il faut faire. Parmi ces textes figurent les procédures, les règles, les règlements et les statuts qui spécifient les exigences concernant certains comportements.
- Le *document*, ou *fiche*, est un texte conçu pour standardiser et conserver l'information. Il se distingue souvent par des caractéristiques textuelles et structurelles extrêmement formalisées.
- L'*hypertexte* est un ensemble de fragments de textes reliés les uns aux autres de sorte que les unités peuvent être lues dans des ordres séquentiels différents, ce qui permet au lecteur d'emprunter différentes voies pour prendre connaissance de l'information.

Textes non continus

Les textes non continus sont organisés d'une autre manière que les textes continus et font dès lors appel à des démarches de lecture différentes. Il y a lieu de consulter les travaux de Kirsch et Mosenthal (1989-1991) pour davantage d'informations sur l'approche structurelle. Selon ces travaux, les textes non continus les plus fondamentaux sont des listes. Celles-ci sont constituées d'un certain nombre d'éléments qui ont une ou plusieurs propriétés en commun. Ces propriétés communes peuvent servir de titre ou d'en-tête aux listes. Les éléments d'une liste peuvent être classés dans un certain ordre (la liste des élèves d'une classe par ordre alphabétique, par exemple) ou non (la liste des achats à faire dans un magasin, par exemple).

La classification des textes non continus en fonction de leur format, comme ci-dessous, permet de déterminer assez facilement le type de textes non continus qui peuvent être inclus dans l'évaluation.

- Les *diagrammes et graphiques* constituent des représentations iconiques de données. Ils sont utilisés dans les exposés scientifiques ainsi que dans des revues et des journaux pour présenter au public des informations chiffrées dans un format visuel.
- Les *tableaux* sont des matrices de colonnes et de lignes. Les entrées de chaque colonne et de chaque ligne ont généralement toutes des propriétés communes, ce qui fait que les titres des colonnes et des lignes font partie intégrante de la structure informative du texte. Parmi les tableaux les plus courants, citons les horaires, les feuilles de calcul, les formulaires de commande et les index.
- Les *schémas* accompagnent souvent les descriptions techniques (par exemple, pour illustrer les éléments d'un appareil électroménager), les textes informatifs et injonctifs (par exemple, pour présenter la façon d'installer un appareil électroménager). Il est souvent utile de faire la distinction entre les schémas décrivant une procédure (« comment faire ? ») et ceux décrivant un processus (« comment cela fonctionne-t-il ? »).



- Les *cartes* sont des textes non continus qui indiquent les relations géographiques entre des lieux. Il existe de nombreuses sortes de cartes. Les cartes routières indiquent les distances et les itinéraires entre des lieux donnés. Les cartes thématiques indiquent les rapports entre des endroits et des caractéristiques sociales ou physiques.
- Les *formulaire*s sont des textes structurés et formatés qui demandent au lecteur de répondre de manière spécifique à des questions spécifiques. Ils sont utilisés par un grand nombre d'institutions pour recueillir des données. Ils comportent souvent des formats de réponse structurés ou pré-codés. Les déclarations d'impôt, les dossiers d'immigration, les demandes de visa, les fiches d'inscription, les questionnaires statistiques, etc. sont autant d'exemples de formulaires.
- Les *feuilles d'information* diffèrent des formulaires dans le sens où elles proposent une information au lieu de la demander. Elles résument l'information d'une façon structurée et dans un format tel que le lecteur peut facilement et rapidement localiser des informations particulières. Les feuilles d'information peuvent contenir diverses formes de textes ainsi que des listes, des tableaux, des schémas, et présenter une typographie sophistiquée (titres, polices, retraits, encadrements, etc.) pour résumer ou mettre en évidence l'information. Les horaires, les tarifs, les catalogues et les programmes sont des exemples de ce type de texte non continu.
- Les *affiches* et les *publicités* sont des documents destinés à inviter le lecteur à faire quelque chose, par exemple acheter des marchandises ou des services, participer à des réunions, des rassemblements, élire une personne pour une fonction officielle, etc. Le but de ces documents est de persuader le lecteur. Ils offrent quelque chose et, en même temps, requièrent de l'attention et appellent à une action. Les réclames, les invitations, les assignations, les avertissements et les notices sont des exemples de ce type de format.
- Les *coupons* servent à certifier que leur titulaire est autorisé à bénéficier de tel ou tel service. L'information que contient le coupon doit être suffisante pour déterminer s'il est valide ou non. Des exemples typiques de coupons sont les tickets, les factures, etc.
- Les *certificats* sont des écrits reconnaissant la validité d'un accord ou d'un contrat. C'est leur contenu qui est formalisé plutôt que leur format. Pour garantir la véracité de la déclaration contenue dans le document, ils requièrent en général la signature d'une ou de plusieurs personnes autorisées et qualifiées. Les garanties, les certificats scolaires, les diplômes, les contrats, etc., sont des documents qui présentent ces caractéristiques.

La répartition et la diversité des textes proposés aux élèves dans le cadre du programme PISA de l'OCDE constituent une caractéristique essentielle de cette évaluation. La figure 2.1 montre la répartition entre les textes continus et non continus qui a été adoptée lors du cycle PISA 2000, dont la compréhension



Figure 2.1 ■ Répartition des items de compréhension de l'écrit en fonction du format et du type de texte

Domaine majeur d'évaluation (PISA 2000)

Domaine mineur d'évaluation (PISA 2003)

Format et type de texte	Pourcentage d'items de compréhension de l'écrit par format et type de texte (%)		Pourcentage d'items de compréhension de l'écrit par format et type de texte sur l'ensemble des tests (%)	
■ <i>Textes continus</i>				
Narratifs	21	17	14	11
Informatifs	36	67	24	43
Descriptifs	14	17	9	11
Argumentatifs/persuasifs	20	-	13	-
Injonctifs	10	-	7	-
TOTAL¹	100	100	68	64
■ <i>Textes non continus</i>				
Diagrammes et graphiques	37	20	12	7
Tableaux	29	40	9	14
Schémas	12	-	4	-
Cartes	10	10	3	4
Formulaires	10	30	3	11
Publicités	2	-	1	-
TOTAL¹	100	100	32	36

1. En raison des arrondis, l'addition des chiffres ne correspond pas systématiquement au total indiqué.

de l'écrit était le domaine majeur et lors du cycle PISA 2003, dans lequel la compréhension de l'écrit est un domaine mineur d'évaluation. On voit que l'évaluation conçue pour ces deux cycles compte deux tiers environ d'items basés sur des textes continus. Dans cette catégorie, les textes les plus représentés, dans les deux cycles, sont des textes informatifs.

CARACTÉRISTIQUES DES ITEMS

Trois ensembles de variables sont concernés ici : les processus (ou aspects), qui décrivent la tâche à effectuer par les élèves ; les types d'items, qui indiquent comment les élèves sont appelés à exprimer leur réponse pour démontrer leur capacité à accomplir la tâche ; et les consignes de correction, qui spécifient comment les réponses des élèves doivent être évaluées. Ces trois séries de variables sont présentées ci-dessous, mais c'est la première d'entre elles qui requiert le plus d'attention.

Cinq processus (aspects)

Pour tenter de simuler des situations authentiques de lecture, le programme PISA de l'OCDE mesure les cinq processus suivants qui sont associés à la pleine

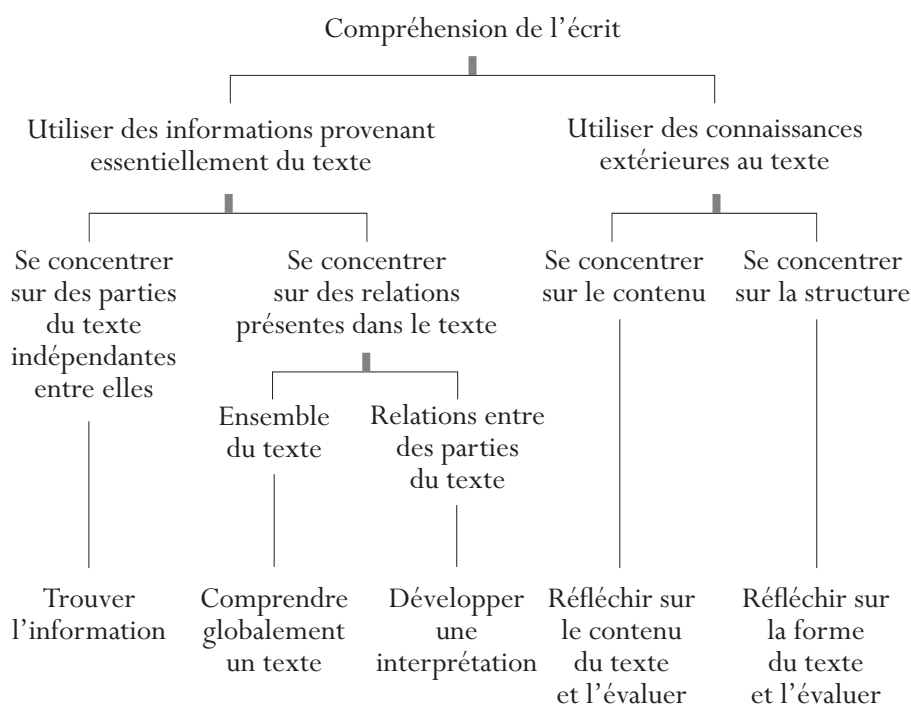
compréhension d'un texte, qu'il soit de type continu ou non continu. Les élèves doivent montrer leur compétence pour chacun de ces processus :

- trouver de l'information ;
- comprendre globalement un texte ;
- développer une interprétation ;
- réfléchir sur le contenu d'un texte et l'évaluer ;
- réfléchir sur la forme d'un texte et l'évaluer.

La bonne compréhension d'un texte implique la mise en œuvre de tous ces processus. Quel que soit leur niveau global de compétence, tous les lecteurs doivent être capables de faire preuve d'un certain niveau de compétence pour chacun d'eux (Langer, 1995). Bien qu'il y ait des relations entre ces cinq aspects – chacun de ces aspects peut solliciter chez le lecteur plusieurs des mêmes savoir-faire sous-jacents –, la maîtrise de l'un n'entraîne pas nécessairement la maîtrise d'un autre. Certains considèrent ces aspects comme faisant partie du répertoire de tout lecteur à chaque étape de son développement, plutôt que comme un ensemble hiérarchisé ou séquentiel de compétences.

La figure 2.2 présente les caractéristiques fondamentales qui permettent de distinguer les cinq processus de la lecture mesurés dans le programme PISA de l'OCDE. Bien que chaque processus y apparaisse de manière simplifiée, ce schéma fournit un cadre utile pour organiser et rappeler les rapports existant

Figure 2.2 ■ Caractéristiques distinctives des cinq processus (aspects)
de la compréhension de l'écrit





entre ces différents processus. Ainsi que le montre ce graphique, les cinq processus se distinguent en fonction de quatre caractéristiques différentes. La première est la mesure dans laquelle le lecteur doit utiliser des informations provenant essentiellement du texte ou doit aussi faire appel à des connaissances extérieures au texte. La seconde est la mesure dans laquelle le lecteur doit se concentrer sur des parties isolées du texte ou sur les relations qui existent entre les informations contenues dans le texte. En effet, le lecteur doit tantôt retrouver des informations isolées, tantôt montrer qu'il a compris les rapports unissant différentes parties de texte. La mesure dans laquelle le lecteur doit se concentrer sur l'ensemble du texte ou sur des relations entre certaines parties du texte constitue la troisième caractéristique distinctive. Enfin, la quatrième est la mesure dans laquelle il est demandé au lecteur de traiter le contenu ou la substance du texte ou de s'intéresser à sa forme, à sa structure. Les cinq processus de la lecture sont représentés à la dernière ligne de la figure 2.2, à l'extrémité des différentes branches. Il suffit de partir du haut du schéma et de suivre chaque branche pour voir quelles sont les caractéristiques qui sont associées à chacun des aspects.

Ci-dessous figure une ébauche de définition opérationnelle de ces processus de la compréhension d'un texte, visant notamment à les associer à des types d'items. Même si chacun des processus est présenté ci-après dans le cadre d'un texte unique, ils peuvent également concerner plusieurs textes lorsque ceux-ci constituent une seule unité au sein de l'évaluation. La description de chaque processus comprend deux parties. La première partie présente globalement le processus, tandis que la seconde décrit des manières spécifiques de l'évaluer.

Trouver l'information

Dans leur vie quotidienne, les lecteurs ont souvent besoin d'informations particulières. Ils peuvent avoir à trouver un numéro de téléphone, vérifier l'heure de départ d'un autobus ou d'un train ou encore découvrir un fait précis pour étayer ou réfuter une affirmation avancée par quelqu'un. Dans de telles situations, les lecteurs se mettent à la recherche d'informations isolées. À cet effet, ils doivent parcourir des documents pour chercher, localiser et sélectionner l'information qui leur sera utile. Le processus impliqué dans cet aspect de la lecture se situe le plus souvent au niveau de la phrase, bien que, dans certains cas, l'information puisse se situer dans deux ou plusieurs phrases ou être répartie dans différents paragraphes.

Dans les items de l'épreuve qui demandent de trouver une information, les élèves testés doivent établir une correspondance entre les informations fournies dans la question et celles qui figurent dans le texte, formulées de manière identique (correspondance littérale) ou non (correspondance par synonymie), puis utiliser cette correspondance pour découvrir la nouvelle information requise. Dans ce type de tâche, la localisation d'informations se fonde sur le texte lui-même et sur l'information explicite qu'il contient. Ces tâches de localisation demandent à l'élève de trouver des informations en se fondant sur les conditions ou les éléments spécifiés dans les questions ou les consignes.

L'élève doit repérer ou identifier un ou plusieurs éléments essentiels (les personnages, le lieu ou le moment, le décor, etc.) avant de rechercher un équivalent littéral ou synonyme.

Les items de localisation peuvent également impliquer différents niveaux d'ambiguïté. Ainsi, ils peuvent demander aux élèves testés de sélectionner dans un texte ou dans un tableau une information explicite, une indication de temps ou de lieu, par exemple. Une version plus difficile du même type d'item peut consister à trouver une information synonyme. Cette opération repose parfois sur une catégorisation ou sur une discrimination entre deux informations voisines. En faisant varier systématiquement les paramètres qui contribuent à la difficulté des items, nous pouvons mesurer les différents niveaux de compétence associés à ce processus de la compréhension.

Comprendre globalement un texte

Pour saisir globalement le texte qu'il a lu, le lecteur doit le considérer comme un tout, en avoir une vision d'ensemble. Divers types de tâches demandent une compréhension globale de la part du lecteur. Ainsi, les élèves testés peuvent faire preuve de leur compréhension initiale en identifiant le sujet traité ou le message principal ou en cernant l'objectif ou l'usage général du texte. Par exemple, ils doivent choisir ou imaginer le titre ou le thème du texte, expliquer l'ordre d'une série d'instructions simples ou identifier les dimensions principales d'un graphique ou d'un tableau. Les élèves peuvent également être priés de décrire le personnage principal, le décor ou le contexte d'une histoire, d'identifier le thème ou le message d'un texte littéraire ou d'expliquer l'objectif ou l'usage d'une carte ou d'un schéma.

Certaines des tâches relatives à ce processus peuvent demander aux élèves testés d'établir une correspondance entre un extrait donné du texte et la question. C'est notamment le cas lorsqu'un thème ou une idée maîtresse est formulé explicitement dans le texte. D'autres tâches peuvent demander aux élèves de se concentrer sur plus d'un passage spécifique du texte. C'est le cas, par exemple, lorsque le lecteur doit identifier le thème d'un texte à partir de la répétition d'une catégorie particulière d'informations. Sélectionner l'idée maîtresse d'un texte implique d'établir une hiérarchie parmi les idées et de choisir les plus générales et les plus dominantes. Une tâche de ce type permet de vérifier si les élèves testés sont capables d'établir une distinction entre les idées essentielles et les détails mineurs ou de reconnaître le thème principal résumé dans une phrase ou un titre.

Développer une interprétation

Cette opération demande aux lecteurs d'étendre leurs impressions initiales de façon à développer une compréhension plus spécifique ou plus complète de ce qu'ils ont lu. Les items de cette catégorie font appel à une compréhension logique. En effet, les lecteurs doivent se pencher sur l'organisation de l'information dans le texte. Pour ce faire, ils doivent montrer qu'ils ont compris la cohésion du texte, même s'ils sont incapables de la définir explicitement. Dans certains cas, développer une interprétation demande aux lecteurs de



traiter une séquence de deux phrases seulement qui sont unies par une relation qui relève de la cohésion locale. Cette opération peut être facilitée par la présence de connecteurs textuels, tels que les expressions qui indiquent une séquence : « en premier lieu », « en second lieu ». Dans des cas plus difficiles (par exemple, dans le cas d'une relation de cause à effet), il se peut qu'aucun indicateur explicite ne soit présent.

Parmi les tâches utilisées pour évaluer ce processus, citons celles qui demandent aux élèves de comparer et de confronter des informations, d'établir des inférences ou d'identifier et d'énumérer des éléments étayant l'information. Les tâches de comparaison et de confrontation d'informations requièrent de la part des élèves testés qu'ils intègrent deux ou plusieurs informations présentes dans le texte. Pour traiter des informations, explicites ou implicites, à partir d'une ou de plusieurs sources, le lecteur doit souvent inférer les relations ou la catégorisation que l'auteur a voulu suggérer. Les tâches qui demandent à l'élève testé de faire des inférences sur les intentions de l'auteur et d'identifier les éléments lui permettant d'inférer ces intentions sont d'autres exemples de tâches qui évaluent ce processus de la compréhension.

Réfléchir sur le contenu d'un texte et l'évaluer

Cette opération requiert que le lecteur fasse le lien entre des informations qu'il a trouvées dans le texte et des connaissances qu'il détient d'autres sources, et qu'il évalue des affirmations contenues dans le texte par rapport à sa propre connaissance du monde. Il est souvent demandé aux lecteurs de justifier et défendre leurs propres points de vue. Pour ce faire, ils doivent être capables de développer une compréhension de ce qui est dit et sous-entendu dans un texte et de confronter cette représentation mentale à leurs propres connaissances et convictions, basées sur des informations antérieures ou des informations provenant d'autres textes. Ils doivent faire appel à des éléments de preuve contenus dans le texte et les confronter à d'autres sources d'information, en utilisant des connaissances générales et spécifiques tout autant que leur capacité à raisonner de manière abstraite.

Parmi les tâches représentatives de ce processus de la compréhension de l'écrit, citons celles qui demandent de fournir des éléments probants ou des arguments ne provenant pas du texte, d'évaluer la pertinence de certaines informations ou données ou encore d'établir des comparaisons avec des règles morales ou esthétiques (normes). Les items de ce type peuvent demander à l'élève testé de proposer ou d'identifier une autre information susceptible de confirmer le point de vue de l'auteur ou de déterminer si les informations ou les faits fournis dans le texte sont des preuves suffisantes.

Les informations extérieures à mettre en rapport avec l'information contenue dans le texte peuvent provenir des connaissances des élèves, d'autres textes proposés dans l'épreuve ou encore d'idées explicitement fournies dans la question.

Réfléchir sur la forme du texte et l'évaluer

Les items de cette catégorie demandent au lecteur de prendre de la distance par rapport au texte, de le considérer avec objectivité et d'évaluer ses qualités et sa pertinence. Les connaissances relatives à des aspects comme la structure, le genre et le registre du texte revêtent une grande importance dans ces tâches. Ces caractéristiques, qui sont une partie essentielle du « métier » de l'auteur, jouent un rôle considérable dans la compréhension des normes inhérente aux tâches de cette nature. Pour évaluer le talent d'un auteur à décrire certaines caractéristiques ou à persuader le lecteur, ce dernier doit non seulement comprendre le contenu du texte, mais aussi détecter les nuances de langage – comprendre par exemple en quoi le choix d'un adjectif peut nuancer l'interprétation.

Parmi les tâches qui imposent aux élèves de réfléchir et d'émettre un jugement de valeur sur la forme et la structure d'un texte, citons celles qui leur demandent de déterminer l'utilité d'un texte donné pour atteindre un objectif spécifique ou d'évaluer l'usage fait par l'auteur de certaines techniques textuelles pour parvenir à un but précis. Dans d'autres cas, les élèves doivent décrire le style de l'auteur, commenter l'usage qu'il en fait et identifier l'objectif qu'il poursuit ou l'attitude qu'il a adoptée.

La figure 2.3 montre la répartition des items de compréhension de l'écrit en fonction des cinq processus (aspects) de lecture décrits ci-dessus. La catégorie d'items la plus fournie, qui constitue 50 pour cent environ de l'épreuve, est celle représentée par les deux branches de la figure 2.2 où il est demandé aux élèves d'identifier les relations existant dans un texte. Ces items imposent aux élèves soit de comprendre globalement un texte, soit de développer une interprétation à son propos. Ils ont été regroupés dans une catégorie unique appelée « interprétation de textes » lors de la présentation des résultats. Dans les cycles PISA 2000 et 2003, la deuxième catégorie, en termes de nombre d'items, est constituée des tâches où il est demandé aux élèves de montrer qu'ils sont capables de trouver des

Figure 2.3 ■ Répartition des items en fonction des processus de la compréhension de l'écrit (aspects)

Processus de compréhension de l'écrit (aspect)	Pourcentage d'items (%)	
	Évaluation de la compréhension de l'écrit en tant que domaine majeur (PISA 2000)	Évaluation de la compréhension de l'écrit en tant que domaine mineur (PISA 2003 et 2006)
Localisation d'informations	29	29
Interprétation de textes	49	50
Réflexion et évaluation	22	21
TOTAL	100	100



informations isolées (29 pour cent des items). Ces divers processus – comprendre globalement un texte, trouver l'information et développer une interprétation – portent tous sur la mesure dans laquelle le lecteur est capable de comprendre et d'utiliser des informations provenant essentiellement du texte. Les items de la dernière catégorie (20 pour cent environ) demandent aux élèves de réfléchir au contenu du texte ou à des informations fournies par le texte, ou bien à la structure et à la forme du texte lui-même.

Types d'items

La figure 2.4 montre que 43 pour cent des items de compréhension de l'écrit des cycles PISA 2000 et 2003 sont des items à réponse construite ouverte qui nécessitent un jugement de la part du correcteur. Les autres sont des items à réponse construite fermée, dont la correction ne demande guère de jugement subjectif de la part du correcteur, ainsi que des items à choix multiple classiques – dans lesquels les élèves choisissent une réponse parmi plusieurs propositions – ou complexes – dans lesquels les élèves ont à choisir plus d'une réponse.

Ce tableau montre également que, bien que les items à choix multiple et à réponse construite ouverte soient répartis entre les diverses catégories de processus de la compréhension de l'écrit, ils ne le sont pas de façon uniforme. En fait, comme l'indique la deuxième ligne de la figure 2.4, un nombre plus important d'items à choix multiple est associé aux deux processus qui portent sur l'interprétation des relations existant dans un texte. Par contraste, signalons qu'alors que 20 pour cent des items des cycles PISA 2000 et 2003 sont des tâches de réflexion et

Figure 2.4 ■ Répartition des items de compréhension de l'écrit en fonction du processus de lecture (aspect) et du type d'item

Domaine majeur d'évaluation (PISA 2000)

Domaine mineur d'évaluation (PISA 2003)

Types d'items de compréhension de l'écrit

Processus (aspect)	Pourcentage d'items à choix multiple (classiques)		Pourcentage d'items à choix multiples (complexes)		Pourcentage d'items à réponse construite fermée		Pourcentage d'items à réponse construite ouverte ¹		TOTAL ²	
Localisation d'information	8		2	4	6	14	13	11	29	29
Interprétation de textes	32	29	2	4	2	7	13	11	49	50
Réflexion et évaluation	2		2				18	21	22	21
TOTAL ²	42	29	6	7	9	21	44	43	100	100

1. Cette catégorie inclut les items à réponse courte.

2. En raison des arrondis, l'addition des chiffres ne correspond pas systématiquement au total indiqué.



d'évaluation, seulement 2 pour cent d'entre eux étaient en 2000 des items à choix multiple. Environ 20 pour cent des items de réflexion et d'évaluation sont des items à réponse construite ouverte demandant un jugement de la part du codeur.

Codage

Le codage est relativement simple pour les items à choix multiple, corrigés de façon dichotomique : soit l'élève testé a choisi la bonne réponse, soit il ne l'a pas choisie. Des modèles de crédit partiel permettent un codage plus complexe des items à réponse construite. Dans ce cas, puisque certaines mauvaises réponses sont plus complètes que d'autres, les élèves qui fournissent une « réponse presque correcte » reçoivent un crédit partiel. Les modèles psychométriques permettant de traiter ce genre de codes polytomiques sont maintenant bien au point. Ces techniques de codage sont, à certains égards, préférables aux barèmes dichotomiques, dans la mesure où elles utilisent plus pleinement l'information contenue dans les réponses. L'interprétation est cependant plus complexe lorsqu'un codage polytomique est utilisé, car chaque tâche se situe simultanément à plusieurs niveaux sur l'échelle de difficulté : un pour la réponse à crédit complet et d'autres pour chacune des réponses à crédit partiel. Dans le programme PISA de l'OCDE, le crédit partiel est utilisé pour le codage des items à réponse construite les plus complexes.

SITUATIONS

La définition de la notion de situation s'est inspirée des travaux sur le langage du Conseil de l'Europe (2001). Quatre variables de situation ont été identifiées : lecture à des fins privées, publiques, éducatives ou professionnelles. L'objectif du programme OCDE/PISA est d'étudier les types de lecture qui interviennent tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du cadre scolaire ; cependant, la façon dont la situation est définie ne peut se borner à indiquer l'endroit où se déroule l'activité de lecture. Par exemple, les manuels scolaires sont lus aussi bien à l'école qu'à la maison, mais les processus mis en œuvre et les objectifs poursuivis lors de ce type de lecture varient très peu d'un endroit à l'autre. D'autres facteurs interviennent également dans le processus de lecture : l'intention de l'auteur, la diversité des types de contenu ainsi que la possibilité qu'un tiers (l'enseignant ou l'employeur, par exemple) impose au lecteur ce qu'il doit lire et dans quel but.

Dans le cadre de cette évaluation, la notion de situation peut donc être considérée comme un critère de classification des textes sur la base de l'intention de l'auteur du texte, de la relation avec d'autres personnes auxquelles le texte est explicitement ou implicitement associé et de son contenu général. Les exemples de textes s'inscrivent dans un éventail de situations différentes afin d'optimiser la diversité des contenus dans l'évaluation de la compréhension de l'écrit. L'origine des textes sélectionnés a fait aussi l'objet d'une attention toute particulière. En effet, il a fallu trouver un équilibre entre la définition étendue de la compréhension de l'écrit utilisée dans le cadre du programme PISA de l'OCDE et la diversité linguistique et culturelle des pays participants,



pour garantir qu'aucun groupe ne soit avantagé ou désavantagé par le contenu de l'évaluation.

Les quatre situations tirées des travaux du Conseil de l'Europe peuvent être décrites comme suit :

- *lecture à des fins privées (personnelles)* : le lecteur se livre à ce type de lecture pour satisfaire ses intérêts personnels, qu'ils soient d'ordre pratique ou intellectuel. Cette catégorie inclut également la lecture réalisée dans le but de maintenir ou de développer des liens personnels avec d'autres personnes. Parmi les contenus typiques de ce genre de lecture figurent les lettres personnelles, les textes de fiction, les biographies et les textes informatifs lus par curiosité, dans le cadre d'activités récréatives ou de loisir ;
- *lecture à des fins publiques* : ce type de lecture est pratiqué pour prendre part à des activités sociales au sens large. Il comprend la lecture de documents officiels ainsi que d'informations concernant des événements publics. Généralement, ces tâches sont associées à des contacts plus ou moins anonymes avec d'autres personnes ;
- *lecture à des fins professionnelles* : bien que seuls quelques jeunes de 15 ans aient réellement à lire dans un cadre professionnel, il est important de déterminer s'ils sont prêts à entrer dans le monde du travail, sachant que dans la plupart des pays participants, plus de 50 pour cent d'entre eux rejoindront la population active un ou deux ans après la réalisation de l'évaluation. A propos des activités de cette catégorie, on parle souvent de « lecture pour agir » (Sticht, 1975 ; Stiggins, 1982), dans la mesure où la lecture y est directement liée à l'accomplissement de quelque tâche bien définie ;
- *lecture à des fins éducatives* : ce type de lecture a normalement pour finalité l'acquisition d'informations dans le cadre plus vaste d'une tâche d'apprentissage. Le texte n'a souvent pas été choisi par le lecteur mais donné à lire par un enseignant. Son contenu est habituellement conçu à des fins spécifiques d'enseignement. Les tâches de cette catégorie sont typiquement celles à propos desquelles on parle de « lecture pour apprendre » (Sticht, 1975 ; Stiggins, 1982).

Figure 2.5 ■ Répartition des items de compréhension de l'écrit en fonction de la situation

Situation		Pourcentage d'items de compréhension de l'écrits	
		Domaine majeur d'évaluation (PISA 2000)	Domaine mineur d'évaluation (PISA 2003)
Personnelle	20	21	
Publique	38	25	
Professionnelle	14	25	
Scolaire	28	29	
TOTAL	100	100	



La figure 2.5 présente la répartition des items de compréhension de l'écrit en fonction de ces quatre situations, selon que la lecture est le domaine majeur d'évaluation (PISA 2000) ou un domaine mineur (PISA 2003). La répartition des items en fonction des quatre situations est plus uniforme dans les épreuves du cycle PISA 2003.

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Établissement des échelles de compréhension de l'écrit

Les épreuves de compréhension de l'écrit ont été élaborées de manière à garantir que l'évaluation couvre aussi complètement que possible la compréhension de l'écrit telle qu'elle est définie ici, et ils sont administrés à des échantillons représentatifs de la population des jeunes de 15 ans des pays participants. Toutefois, il est impossible de demander à chaque élève de passer la totalité de ces épreuves. On a donc conçu l'évaluation de manière à ce que chaque élève ne passe qu'un sous-ensemble d'épreuves de la batterie, tout en veillant à ce que chacun des items soit administré à des échantillons représentatifs des populations nationales d'élèves. Synthétiser les performances des élèves par rapport à la batterie d'items complète constitue donc un certain défi.

Il y a lieu de se représenter les items de compréhension de l'écrit comme situés le long d'un continuum défini par la difficulté que présente chacun d'eux pour les élèves et par le niveau de compétence requis pour y répondre correctement. L'approche adoptée par le programme PISA de l'OCDE pour cerner ce continuum de difficulté et de compétence repose sur la théorie de la réponse aux items (IRT, *Item Response Theory*). Il s'agit d'un modèle mathématique qui permet d'évaluer la probabilité qu'un individu réponde correctement à un item donné, tiré d'une batterie particulière d'items. Cette probabilité est modélisée le long d'un continuum qui représente à la fois la compétence de l'individu en termes d'aptitude et la complexité d'un item en termes de difficulté. Ce continuum de difficulté et de compétence est désigné par le terme d'« échelle ».

Présentation des résultats

Les résultats du cycle PISA 2003 sont présentés selon la même approche que celle adoptée lors du cycle PISA 2000. Cette approche consiste à rendre compte des résultats sur une échelle de compétence qui a un fondement théorique et qui est interprétable en termes de politiques éducatives. Les résultats de l'évaluation de la compréhension de l'écrit du cycle PISA 2000 ont d'abord été présentés sous forme d'une échelle composite unique, dont la moyenne a été fixée à 500 et l'écart type, à 100. Par ailleurs, ces résultats ont également donné lieu à cinq sous-échelles : trois sous-échelles liées aux processus de la compréhension de l'écrit (trouver l'information, développer une interprétation, réfléchir et évaluer, OCDE, 2001a) et deux sous-échelles liées aux formats de texte (textes continus et non continus, OCDE, 2002). Ces cinq sous-échelles permettent de comparer les scores moyens et leur distribution entre sous-groupes d'élèves ou entre pays selon différentes composantes du construct de compréhension de l'écrit. Bien qu'il existe une forte corrélation entre les cinq sous-échelles, rendre compte des résultats sur chacune

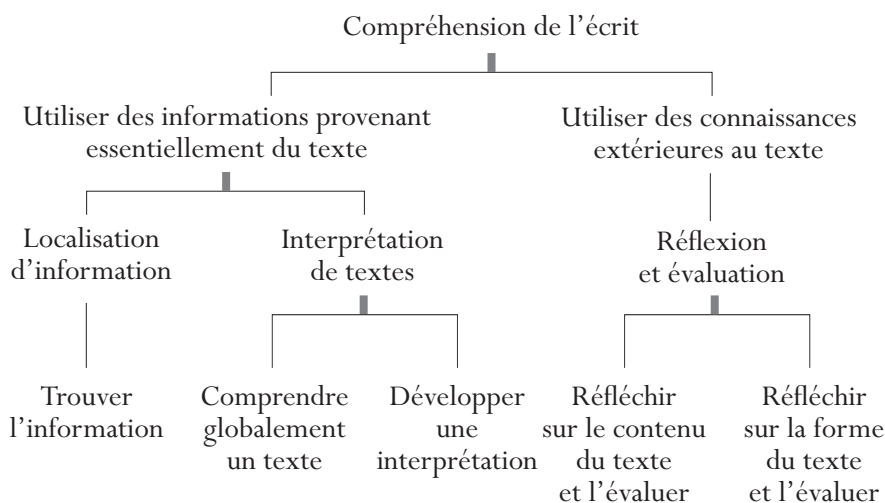


d'entre elles permet de mettre en lumière d'intéressantes différences entre les pays participants. Lorsque des phénomènes de cet ordre apparaissent, ils peuvent être étudiés et mis en rapport avec les programmes de cours et les méthodes d'enseignement en vigueur. Les résultats obtenus indiquent à certains pays qu'il y a lieu de chercher des moyens de mieux enseigner le programme de cours existant et à d'autres, qu'ils ne doivent pas seulement remettre en question la *manière* d'enseigner mais aussi les *contenus* d'enseignement.

Les sous-échelles de processus (aspect)

Le schéma de la figure 2.6 montre la structuration des items de compréhension de l'écrit en fonction de trois processus. Deux raisons ont conduit à réduire le nombre des sous-échelles de processus de cinq à trois. La première est pragmatique : en 2003 et en 2006, la compréhension de l'écrit est un domaine mineur d'évaluation et les tests se limitent à une trentaine d'items, au lieu des 141 utilisés lors du cycle PISA 2000, lorsque la compréhension de l'écrit était le domaine majeur d'évaluation. Le nombre d'items devient dès lors insuffisant pour permettre de décrire l'évolution des performances sur cinq sous-échelles de processus. La seconde raison est d'ordre conceptuel. Les trois sous-échelles sont fondées sur les cinq processus de la compréhension de l'écrit décrits dans la figure 2.2. Les catégories *Comprendre globalement un texte* et *Développer une interprétation* ont été fusionnées en une sous-échelle « Interprétation de textes », car elles impliquent toutes deux une opération de traitement des informations contenues dans le texte par le lecteur : le traitement porte sur l'ensemble du texte dans le cas de la première catégorie, sur une partie du texte par rapport à une autre dans le cas de la seconde catégorie. Les catégories *Réfléchir sur le contenu du texte et l'évaluer* et *Réfléchir sur la forme du texte et l'évaluer* ont également été réunies en une seule sous-échelle « Réflexion et évaluation », car, en pratique, la distinction entre réflexion/évaluation sur le fond et réflexion/évaluation sur la forme s'est avérée quelque peu arbitraire.

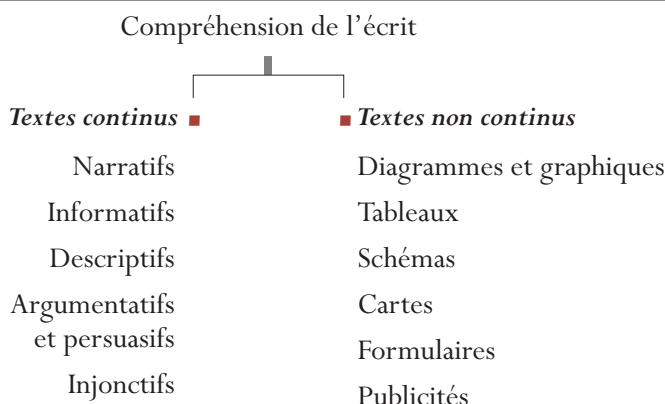
Figure 2.6 ■ Relation entre le cadre d'évaluation de la compréhension de l'écrit et les sous-échelles de processus (aspects)



Les sous-échelles relatives au format des textes

Le cycle PISA 2003 permettra également de présenter les résultats aux deux sous-échelles relatives au format des textes, comme cela a été le cas dans *La lecture, moteur de changement – Performances et engagement d'un pays à l'autre* (OCDE, 2002b). La figure 2.7 présente les divers types de textes correspondant aux deux sous-échelles de format et aux tâches qui y sont associées. Ce mode d'organisation des données permet d'étudier les différences entre pays dans les performances des élèves lorsqu'ils sont confrontés à des textes de différents formats. Lors du cycle PISA 2000, deux tiers des items ont été utilisés pour créer la sous-échelle relative aux textes continus et le tiers restant pour celle relative aux textes non continus. La répartition est semblable dans le cycle PISA 2003.

Figure 2.7 ■ Relation entre le cadre d'évaluation de la compréhension de l'écrit et les sous-échelles relatives au format des textes



Les scores obtenus à l'échelle composite de compréhension de l'écrit ainsi qu'aux cinq sous-échelles traduisent divers niveaux de performance. Un score peu élevé indique que les savoirs et savoir-faire de l'élève sont très limités, et un score très élevé, qu'ils se situent à un niveau plutôt avancé. L'application de la théorie de réponse à l'item (IRT) permet non seulement de synthétiser les résultats de diverses sous-populations d'élèves, mais également de déterminer la difficulté relative des items de compréhension de l'écrit utilisés dans l'épreuve. En d'autres termes, le modèle attribue à chacun des élèves une valeur spécifique sur l'échelle, en fonction de la compétence que manifestent ses réponses aux items de l'épreuve ; de même, il attribue à chaque item une valeur spécifique sur cette même échelle, en fonction de son degré de difficulté : ce dernier est déterminé par la performance des élèves des divers pays participant à l'évaluation.

Élaboration d'une « carte » des items

La batterie d'items de compréhension de l'écrit utilisée dans le programme PISA de l'OCDE représente un large éventail de types de textes, de situations, d'exigences et de degrés de difficulté. Ce continuum peut se représenter sous



la forme d'un répertoire, appelé « carte » des items, qui permet de visualiser le niveau de compétence en compréhension de l'écrit d'élèves dont les scores se situent à divers points de chacune des échelles. La « carte » doit contenir une brève description d'un certain nombre d'items rendus publics, accompagnée de leur indice de difficulté sur l'échelle. Les descriptions portent sur les savoir-faire spécifiques que les items sont destinés à mesurer et, dans le cas des items à réponse ouverte, sur les critères appliqués pour déterminer si la réponse est correcte. L'examen de ces descriptions permet de mieux cerner les divers processus que les élèves doivent appliquer et les compétences dont ils doivent faire preuve aux différents niveaux des échelles de compréhension de l'écrit.

La figure 2.8 présente un exemple de carte d'items du cycle PISA 2000. Son interprétation mérite quelques mots d'explication. Le score attribué à chaque item se fonde sur le présupposé théorique qu'un individu situé à un niveau donné de l'échelle manifesterait le même degré de compétence dans ses réponses à tous les items situés à ce point de l'échelle. Dans le cadre du programme PISA de l'OCDE, le « niveau de compétence » est défini comme suit : les élèves situés à un point donné de l'échelle de compétence doivent avoir 62 pour cent de chances de répondre correctement aux items de ce niveau. Prenons à titre d'exemple l'item de la figure 2.8, qui a un indice de difficulté de 421 points sur l'échelle composite de compréhension de l'écrit. Les élèves dont le score est de 421 points sur cette même échelle ont 62 pour cent de chances de répondre correctement aux items de l'échelle dont l'indice de difficulté est de 421 points. Cela ne signifie pas, pour autant, que les élèves ayant obtenu un score inférieur à 421 points répondront systématiquement de manière erronée à ces items. En fait, les élèves qui ont obtenu un score inférieur à 421 points ont moins de 62 pour cent de chances de répondre correctement à des items de ce niveau de difficulté, tandis que ceux dont le score est supérieur à 421 points ont plus de 62 pour cent de chances d'y parvenir. Il y a lieu de souligner, par ailleurs, que cet item n'apparaît pas seulement sur l'échelle composite de compréhension de l'écrit, mais aussi sur l'une des sous-échelles de processus et sur l'une des sous-échelles de format de textes. Dans le cas présent, l'item dont l'indice de difficulté est de 421 points sur l'échelle composite demande aux élèves d'identifier l'objectif que deux textes courts ont en commun en comparant les idées maîtresses qu'ils contiennent. Cet item figure sur l'échelle d'interprétation et sur l'échelle relative aux textes continus.

Niveaux de compétence en compréhension de l'écrit

Un peu comme l'échantillon des élèves soumis à l'évaluation est représentatif de la population d'élèves de 15 ans d'un pays donné, de même chaque item de compréhension de l'écrit représente une catégorie donnée de tâches dans le domaine de la compréhension de l'écrit. Il illustre donc les compétences que les élèves de 15 ans devraient avoir acquises par référence à une catégorie de processus et un type de textes donnés. Deux questions s'imposent. D'une part, en quoi les items situés au bas de l'échelle de compétence se distinguent-ils de ceux situés au milieu ou au sommet de l'échelle ? Et, d'autre part, les items situés au même niveau de l'échelle ont-ils des caractéristiques en commun qui concourent à leur donner

Figure 2.8 ■ Exemple d'une « carte » d'items du cycle PISA 2000

○ Types de processus (aspect) ■ Format de texte	Types de processus (aspect)			Format de texte	
	Localisation d'information	Interprétation	Réflexion et évaluation	Textes continus	Textes non continus
Carte d'items (échelle composite)					
822: CONSTRUIRE une hypothèse à propos d'un phénomène contraire aux attentes sur la base de connaissances extérieures au texte et de toutes les informations pertinentes figurant dans un TABLEAU COMPLEXE consacré à un thème relativement peu familier (score 2).			○		■
727: ANALYSER plusieurs cas décrits dans la question et les CLASSER dans les catégories définies par un DIAGRAMME EN ARBRE , accompagné d'une note de bas de page où figurent certaines des informations pertinentes (score 2).		○			■
705: CONSTRUIRE UNE HYPOTHÈSE à propos d'un phénomène contraire aux attentes sur la base de connaissances extérieures au texte et de toutes les informations pertinentes figurant dans un TABLEAU COMPLEXE consacré à un thème relativement peu familier (score 1).			○		■
652: ÉVALUER la fin d'un LONG RÉCIT compte tenu de son thème implicite ou de son atmosphère (score 2).			○	■	
645: ÉTABLIR DES LIENS ENTRE DES NUANCES DE LANGAGE présentes dans un LONG RÉCIT et le thème principal de celui-ci, malgré la présence d'idées contradictoires (score 2).		○		■	
631: LOCALISER des informations dans un DIAGRAMME EN ARBRE en tenant compte des informations figurant en note de bas de page (score 2).	○				■
603: TROUVER le sens d'une phrase en la remplaçant dans le contexte plus large d'un LONG RÉCIT .		○		■	
600: CONSTRUIRE UNE HYPOTHÈSE à propos d'une décision de l'auteur en établissant une relation entre des faits présentés dans un graphique et le thème principal d'un GROUPE DE REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES .			○		■
581: COMPARER ET ÉVALUER le style de deux LETTRES ouvertes.			○	■	
567: ÉVALUER la fin d'un LONG RÉCIT par rapport à son intrigue (score 1).			○	■	
542: ÉTABLIR UNE RELATION ANALOGIQUE entre deux phénomènes présentés dans une LETTRE ouverte.		○		■	
540: IDENTIFIER la date implicite à laquelle commence un GRAPHIQUE .	○				■
539: TROUVER LE SENS de brèves citations extraites d'un LONG RÉCIT à propos de l'atmosphère ou d'une situation immédiate (score 1).		○		■	
537: ÉTABLIR UNE RELATION entre des faits présentés dans un LONG RÉCIT et des concepts personnels pour justifier des points de vue contradictoires (score 2).			○	■	
					...



Figure 2.8 (suite) ■ Exemple d'une « carte » d'items du cycle PISA 2000

<div> <div>○ Types de processus (aspect)</div> <div>■ Format de texte</div> </div>	Types de processus (aspect)			Format de texte	
	Localisation d'information	Interprétation	Réflexion et évaluation	Textes continus	Textes non continus
Carte d'items (échelle composite)					
529: EXPLIQUER la motivation d'un personnage en établissant des liens entre des événements relatés dans un LONG RÉCIT .		○		■	
508: ÉTABLIR UNE RELATION entre DEUX REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES basées sur des conventions différentes.		○			■
486: ÉVALUER l'adéquation d'un DIAGRAMME EN ARBRE à des fins particulières.			○		■
485: LOCALISER des informations numériques dans un DIAGRAMME EN ARBRE (score 1).	○				■
480: ÉTABLIR UNE RELATION entre des faits présentés dans un LONG RÉCIT et des concepts personnels pour justifier un point de vue unique (score 1).			○	■	
478: LOCALISER ET COMBINER des informations dans un GRAPHIQUE LINÉAIRE et dans son introduction pour trouver une valeur manquante.	○				■
477: COMPRENDRE la structure d'un DIAGRAMME EN ARBRE .		○			■
473: CLASSER dans des catégories décrites dans un DIAGRAMME EN ARBRE des cas présentés dans la question, alors que certaines des informations requises figurent en note de bas de page (score 1).		○			■
447: INTERPRÉTER les informations figurant dans un seul paragraphe pour comprendre le contexte d'un RÉCIT .		○		■	
445: ÉTABLIR UNE DISTINCTION entre des variables et des CARACTÉRISTIQUES STRUCTURELLES d'un DIAGRAMME EN ARBRE .			○		■
421: IDENTIFIER L'OBJECTIF commun de DEUX TEXTES COURTS .		○		■	
405: LOCALISER des fragments d'information explicites dans un TEXTE très structuré.	○			■	
397: TROUVER L'IDÉE PRINCIPALE d'un GRAPHIQUE EN BÂTONS sur la base de son titre.		○			■
392: LOCALISER un fragment d'information littéral dans un TEXTE bien structuré.	○			■	
367: LOCALISER des informations explicites dans un passage bref et bien spécifié d'un RÉCIT .	○			■	
363: LOCALISER un fragment d'information explicitement mentionné dans un TEXTE structuré par des sous-titres.	○			■	
356: RECONNAÎTRE LE THÈME d'un article bien structuré par des sous-titres et contenant de nombreuses redondances.		○		■	

un niveau de difficulté similaire ? Il suffit d'un coup d'œil à la carte d'items pour constater que les items situés au bas de l'échelle diffèrent de ceux situés au sommet. Et si l'on analyse de manière plus approfondie la distribution des items le long des diverses échelles, on voit se dessiner un continuum hiérarchisé de stratégies et de savoir-faire en matière de traitement de l'information. Le groupe d'experts chargés de la lecture a étudié les items un à un pour identifier le jeu de variables paraissant influencer la difficulté des items. Leur conclusion est que la difficulté est en partie déterminée par la longueur, la structure et la complexité du texte lui-même. Mais ils ont aussi constaté que dans la plupart des unités de lecture (qui sont constituées d'un texte et d'une série de questions), les questions se distribuent à divers points de l'échelle de compréhension de l'écrit. En d'autres termes, la structure du texte affecte la difficulté des items, mais ce que l'on demande au lecteur de faire (en lui posant telle question ou en lui donnant telle consigne) interagit avec le texte et affecte également la difficulté globale de l'item.

Les experts et les développeurs du test ont ainsi identifié un certain nombre de variables susceptibles d'influencer la difficulté des items de lecture. Le type de processus à mettre en œuvre pour trouver une information, interpréter un texte ou réfléchir sur ce que l'on vient de lire est manifestement un de ces facteurs de difficulté. La complexité des processus peut varier considérablement, de l'item où on ne demande aux élèves que d'établir des liens simples entre des éléments d'information, en passant à celui où il doit classer des idées en fonction de critères donnés, et enfin à celui où il doit d'évaluer de manière critique un passage d'un texte et construire des hypothèses à son propos. Au-delà du processus mis en jeu, la difficulté des items de localisation de l'information dépend du nombre d'éléments d'information à inclure dans la réponse, du nombre de critères que ces informations doivent respecter et de la nécessité ou non de classer les informations dans un ordre particulier. Dans le cas des items d'interprétation et de réflexion/évaluation, un des principaux facteurs affectant la difficulté est le volume de texte qui doit être assimilé. Dans le cas des items de réflexion/évaluation, la difficulté est également conditionnée par le caractère familier ou spécifique des connaissances extérieures au texte auxquelles il faut faire appel. Enfin, quel que soit le processus de lecture mis en jeu, la difficulté des items dépend du caractère plus ou moins « visible » de l'information recherchée, de la présence et du nombre d'informations « concurrentes » susceptibles de distraire l'attention de celles qui sont pertinentes, et du fait que la question posée oriente de manière explicite ou non le lecteur vers les idées ou les informations nécessaires pour trouver la réponse.

Pour tenter de mettre en évidence ce caractère progressif de la difficulté et de la complexité des items, l'échelle composite de compréhension de l'écrit et les cinq sous-échelles développées lors du cycle PISA 2000 ont été divisées en cinq niveaux.

Niveau	Scores sur l'échelle PISA
1	De 335 à 407 points
2	De 408 à 480 points
3	De 481 à 552 points
4	De 553 à 625 points
5	Plus de 625 points



Les panels d'experts ont estimé que les items correspondant à chacun de ces niveaux de compétence ont en commun de nombreuses caractéristiques et qu'ils présentent des différences systématiques par rapport aux items des niveaux supérieurs ou inférieurs. Les niveaux apparaissent dès lors comme une façon pertinente d'analyser la progression des compétences sur les diverses échelles de compréhension de l'écrit. La figure 2.9. présente ces niveaux. Dans les cycles futurs, le même processus sera utilisé pour identifier des niveaux de compétence lors de l'établissement des échelles relatives aux domaines majeurs.

Figure 2.9 ■ « Carte » décrivant les niveaux de compétence en lecture

Localisation d'informations	Interprétation de textes	Réflexion et évaluation
5 Localiser et, parfois, ordonner ou combiner de multiples éléments d'information noyés dans le texte, figurant parfois en dehors du corps principal du texte. Trouver, par inférence, quelles sont les informations pertinentes pour la tâche à accomplir. Écarter les informations parasites, même si elles sont nombreuses ou particulièrement plausibles.	Dégager le sens d'un passage contenant de nombreuses nuances linguistiques, ou manifester une parfaite compréhension des détails du texte.	Procéder à une évaluation critique du texte ou construire des hypothèses à son propos, en se fondant sur des connaissances spécialisées. Gérer les cas où un concept est contraire aux attentes. Tirer parti d'une compréhension en profondeur de textes longs ou complexes.
<p>Textes continus : Traiter des textes dont la structure discursive n'est pas évidente ni explicitement indiquée, pour discerner les relations existant entre des passages spécifiques du texte et son thème ou intention implicite.</p> <p>Textes non continus : Identifier des récurrences parmi les nombreux éléments d'information figurant dans un document dont la présentation peut être longue et très détaillée, en se servant parfois d'informations externes au document. Le lecteur doit parfois se rendre compte par lui-même que, pour bien comprendre une partie du texte, il y a lieu de se référer à un passage séparé du même document, par exemple une note de bas de page.</p>		
4 Localiser et, parfois, ordonner ou combiner, éventuellement sur la base de nombreux critères, de multiples éléments d'information noyés dans un texte qui est cependant familier en termes de contenu ou de forme. Trouver, par inférence, quelles sont les informations pertinentes pour la tâche à accomplir.	Effectuer des inférences complexes à partir du texte pour comprendre et appliquer des catégories dans un contexte peu familier et dégager le sens d'un passage en tenant compte de l'ensemble du texte. Faire face à des ambiguïtés, à des idées contraires aux attentes ou à des concepts exprimés sous une formulation négative.	Procéder à une évaluation critique du texte ou construire des hypothèses à son propos en se servant de connaissances formelles ou d'ordre public. Manifester une compréhension correcte de textes longs ou complexes.
<p>Textes continus : Suivre des enchaînements linguistiques ou thématiques couvrant plusieurs paragraphes (souvent en l'absence de connecteurs aisément identifiables), afin de localiser, interpréter ou évaluer des informations noyées dans le texte ou dégager par inférence le sens psychologique ou métaphysique du texte.</p> <p>Textes non continus : Parcourir un texte long et détaillé, qui, souvent, ne comporte pas ou peu de repères structurels (titres, présentation spéciale) pour trouver plusieurs informations pertinentes qu'il faut comparer ou combiner.</p>		



Figure 2.9 (suite) ■ « Carte » décrivant les niveaux de compétence en lecture

Localisation d'informations	Interprétation de textes	Réflexion et évaluation
3 Localiser des éléments d'information qui doivent dans certains cas satisfaire à des critères multiples, et, parfois, reconnaître la relation existant entre ces éléments, en présence d'informations parasites bien en vue, susceptibles de concurrencer les informations pertinentes.	Intégrer plusieurs parties d'un texte pour identifier l'idée principale, comprendre une relation ou trouver le sens d'un terme ou d'une phrase. Comparer, confronter ou classer des informations en tenant compte de critères multiples. Gérer les informations concurrentes.	Établir des relations ou des comparaisons, fournir des explications ou effectuer une évaluation à propos d'une caractéristique du texte. Manifester une compréhension détaillée du texte en le mettant en relation avec des connaissances externes d'ordre familier ou quotidien. Recourir parfois à des connaissances moins courantes.
<p>Textes continus : Utiliser les conventions organisant le texte, s'il en contient, et suivre des enchaînements logiques explicites ou implicites chevauchant des phrases ou des paragraphes (par exemple des relations de cause à effet), pour localiser, interpréter ou évaluer des informations.</p> <p>Textes non continus : Consulter un document en s'aidant d'un autre document ou d'une présentation séparée, dont le format est éventuellement différent, ou bien combiner plusieurs éléments d'information de nature spatiale, verbale ou numérique fournies par un graphique ou une carte géographique, en vue de tirer des conclusions à propos des informations qui y sont représentées.</p>		
2 Localiser l'élément d'information, ou les divers éléments, qui peuvent être nécessaires pour rencontrer plusieurs critères, en présence d'informations parasites.	Identifier l'idée principale d'un texte, comprendre des relations, constituer ou appliquer des catégories simples ou dégager le sens d'une partie donnée du texte, alors que les informations recherchées n'y sont pas très évidentes ou nécessitent des inférences simples.	Comparer ou relier les informations fournies par le texte avec des connaissances extérieures, ou expliquer une caractéristique du texte en se fondant sur des expériences ou des attitudes personnelles.
<p>Textes continus : Suivre des enchaînements logiques et linguistiques à l'intérieur d'un paragraphe pour localiser ou interpréter des informations. Faire la synthèse entre des informations fournies par divers textes ou dans des parties différentes d'un texte pour inférer l'intention de l'auteur.</p> <p>Textes non continus : Montrer qu'on comprend la structure implicite d'une représentation visuelle (un diagramme en arbre simple ou un tableau), ou bien combiner deux éléments d'information figurant dans un graphique ou un tableau.</p>		
1 Localiser un ou plusieurs éléments d'information isolés et définis de manière explicite, ne répondant en général qu'à un seul critère, dans un texte ne comportant que peu d'informations parasites, voire aucune.	Reconnaître le thème principal ou l'intention de l'auteur d'un texte consacré à un sujet qui est familier et dans lequel les informations requises sont clairement mises en évidence.	Établir une relation simple entre des informations figurant dans le texte et des connaissances courantes.
<p>Textes continus : Utiliser les redondances, les titres de paragraphes ou des conventions typographiques courantes pour saisir l'idée maîtresse du texte ou pour localiser des informations explicitement mentionnées dans un passage court du texte.</p> <p>Textes non continus : Cerner des éléments d'information isolés figurant généralement dans une représentation simple (une carte, un graphique linéaire ou un diagramme en bâtons), qui présente un nombre limité d'informations de manière directe, et où l'essentiel du texte est constitué de mots ou de phrases en nombre limité.</p>		



Interprétation des niveaux de compétence

Chaque niveau représente à la fois un groupe ordonné d'items (et les savoirs et savoir-faire qu'ils mettent en jeu) et un ensemble ordonné de compétences mobilisées par les élèves. Comme nous l'avons dit précédemment, les niveaux de compétence en compréhension de l'écrit ont été définis au départ par le groupe d'experts chargés de la lecture en fonction des caractéristiques communes de certains ensembles d'items. Ces niveaux ont également des propriétés statistiques communes. Ainsi, l'élève moyen situé à un niveau de compétence donné est censé pouvoir répondre correctement dans 62 pour cent des cas à une question de difficulté moyenne correspondant à ce niveau. Par ailleurs, les bornes de chaque niveau ont été en partie définies de manière à ce que les élèves situés au bas d'un niveau aient un taux attendu de réussite de 50 pour cent à tout test virtuel qui serait composé d'une sélection aléatoire d'items de ce niveau.

Comme chaque échelle de compréhension de l'écrit représente un continuum de connaissances et de savoir-faire, les élèves ayant atteint un certain niveau de l'échelle manifestent la maîtrise non seulement des savoirs et savoir-faire associés à ce niveau, mais également de ceux correspondant aux niveaux inférieurs. Les compétences attendues à un niveau donné s'appuient sur celles des niveaux inférieurs et les intègrent. Ainsi, un élève situé au niveau 3 sur une échelle de compréhension de l'écrit est capable de mener à bien les tâches de ce niveau ainsi que celles correspondant aux niveaux 1 et 2. On estime que les élèves situés aux niveaux 1 et 2 ne répondront correctement aux items typiques du niveau 3 que dans moins de 50 pour cent des cas. En d'autres termes, ces derniers obtiendraient moins de 50 pour cent des points à un test constitué d'items correspondant au niveau 3.

La figure 2.10 chiffre la probabilité que les élèves situés à des niveaux donnés de l'échelle composite de compréhension de l'écrit répondent correctement à des items de divers niveaux de difficulté : les deux premiers items correspondent respectivement aux niveaux 1 et 3 et le troisième permet d'attribuer deux scores, un de niveau 4, l'autre de niveau 5. Le tableau montre qu'un élève situé en deçà du niveau 1 avec un score de 298 points n'a que 43 pour cent de chances de répondre correctement à la tâche de niveau 1 dont l'indice est de 367 points sur l'échelle de compréhension de l'écrit, à peine 14 pour cent de chances de réussir à répondre à l'item de niveau 3 et pratiquement aucune chance de mener à bien l'item de niveau 5. Pour un élève situé au milieu du niveau 1 (soit un score de 371 points), la probabilité de réussite est de 63 pour cent dans le cas de l'item de 367 points, d'un peu plus de 25 pour cent dans le cas de l'item de 508 points et 7 pour cent seulement dans le cas de l'item de 652 points. Par contraste, un élève situé au niveau 3 doit en principe répondre correctement aux items de 367 points dans 89 pour cent des cas et dans 64 pour cent des cas à des items de 508 points, c'est-à-dire proches du milieu du niveau 3. Cet élève n'a toutefois qu'une chance sur quatre environ (27 pour cent) de répondre correctement à des items situés au milieu du niveau 5. Enfin, on s'attend à ce qu'un élève situé au niveau 5 soit, le plus souvent, capable

Figure 2.10 ■ Probabilité de répondre correctement à une sélection d'items de difficulté variable en fonction du niveau de compétence des élèves

	Item de niveau 1 (367)	Item de niveau 3 (508)	Item de niveau 4 (567)	Item de niveau 5 (652)
Élèves situés en deçà du niveau 1 (298 points)	43	14	8	3
Élèves situés au niveau 1 (371 points)	63	27	16	7
Élèves situés au niveau 2 (444 points)	79	45	30	14
Élèves situés au niveau 3 (517 points)	89	64	48	27
Élèves situés au niveau 4 (589 points)	95	80	68	45
Élèves situés au niveau 5 (662 points)	98	90	82	65

répondre correctement à pratiquement tous les items. Comme le montre la figure 2.10, un élève ayant obtenu un score de 662 points sur l'échelle composite de compréhension de l'écrit doit en principe répondre correctement à un item de 367 points (niveau 1) dans 98 pour cent des cas, à un item de 508 points (niveau 3) dans 90 pour cent des cas et à un item de 652 points (situé à peu près au milieu du niveau 5) dans 65 pour cent des cas.

Par ailleurs, la figure 2.10 soulève indirectement la question des niveaux considérés comme maximum et minimum. L'échelle de compréhension de l'écrit n'a pas de limite supérieure, mais l'on peut affirmer avec une certitude raisonnable que les élèves extrêmement compétents sont capables de répondre correctement à des items associés au niveau le plus élevé de compétence. Le problème est plus délicat pour les élèves qui se situent à l'extrémité inférieure de l'échelle. Comme le niveau 1 commence à un score de 335 points, il y a dans tous les pays un certain pourcentage d'élèves situé selon toute vraisemblance en deçà de ce niveau. Même si aucun item de lecture de difficulté inférieure à 335 points n'a été inclus dans les tests, il serait faux de dire que ces élèves ne possèdent aucune compétence en compréhension de l'écrit ou qu'ils sont « totalement illettrés ». Toutefois, leurs résultats à la batterie d'épreuves utilisées dans l'évaluation permettent de supposer qu'ils auraient obtenu moins de 50 pour cent à un test constitué d'items de niveau 1. Les performances de ces élèves sont donc considérées comme situées en dessous du niveau 1.

Le cadre d'évaluation du programme OCDE/PISA n'a pas prévu de déterminer si les élèves de 15 ans étaient capables de lire au sens technique du terme,



dans la mesure où, dans nos sociétés, les jeunes adultes totalement dénués de compétence en lecture sont relativement peu nombreux. Le programme PISA de l'OCDE ne cherche donc pas à déterminer si les élèves de 15 ans lisent à une vitesse suffisante, ni à évaluer leur taux de réussite à des items mesurant la reconnaissance de mots ou le décodage. En fait, il reflète les théories contemporaines sur la lecture qui considèrent que les élèves sur le point de quitter l'enseignement secondaire doivent être capables de dégager le sens de ce qu'ils ont lu, de le développer et d'y réfléchir, à partir du registre très diversifié de textes continus et non continus que l'on peut habituellement rencontrer dans de nombreux types de situations de lecture tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du cadre scolaire. Il n'est pas possible, dans ce cadre, de définir les savoirs et savoir-faire en lecture que les élèves situés en dessous du niveau 1 sont susceptibles de posséder, mais on peut affirmer, sur la base de leur niveau de compétence, qu'ils ne sont sans doute guère capables d'utiliser la lecture comme un outil autonome, permettant d'acquérir des connaissances et des savoir-faire dans d'autres domaines. ┘



Culture scientifique

Définition du domaine	146
Organisation du domaine	149
▪ Connaissances ou concepts scientifiques	150
▪ Processus scientifiques	151
▪ Situations ou contextes : les champs d'application	154
Caractéristiques des épreuves et exemples	156
▪ Science, unité 1 : ARRÊTEZ CE MICROBE !	157
▪ Science, unité 2 : PETER CAIRNEY	159
▪ Science, unité 3 : MAÏS	163
Structure de l'évaluation	166
Échelles de compétence	168
Autres questions	170



Pour les jeunes d'aujourd'hui, c'est un atout important d'être capables de tirer des conclusions adéquates et avisées à partir des faits et des informations dont ils disposent, de mettre en cause, au besoin, les conclusions tirées par d'autres en examinant de manière critique les éléments de preuve avancés à leur appui, et de faire la distinction entre opinions et affirmations étayées par des faits. À cet égard, la science a un rôle particulier à jouer, dans la mesure où son propos est d'établir un principe de rationalité dans les démarches permettant de mettre des idées et des théories à l'épreuve des faits observables dans le monde environnant. Cela ne veut pas dire que la science exclut la créativité et l'imagination : celles-ci ont toujours joué un rôle essentiel dans les progrès accomplis par l'homme pour comprendre le monde qui l'entoure. Certaines idées, qui semblent parfois être « tombées du ciel », ont en fait été saisies au vol selon un mécanisme qu'Einstein a décrit comme « *le chemin de l'intuition, qui est favorisé par une certaine sensibilité pour l'ordre caché derrière les apparences* » (Einstein, 1933). Le fait que ces idées aient été « saisies au vol » à une époque bien précise est déterminé, historiquement, par leur acceptabilité sociale à cette époque. Les progrès du savoir scientifique ne sont donc pas uniquement le fruit de la créativité des individus mais également de la culture dans laquelle ils se produisent. Mais quand le « sursaut » créatif s'est produit et qu'un nouveau paradigme a été mis en place, il reste à confronter l'idée à la réalité des faits. Comme l'écrit Hawking (1988) :

« Une théorie est bonne si elle satisfait à deux exigences : elle doit décrire fidèlement une large catégorie d'observations sur la base d'un modèle qui ne contient que peu d'éléments arbitraires, et elle doit fournir des prédictions précises sur les résultats de futures observations » (Hawking, 1988, p. 9).

Les théories qui ne répondent pas à ces exigences ou qui ne peuvent pas être mises à l'épreuve ne sont pas des théories scientifiques. Il importe qu'un citoyen cultivé soit capable de faire la distinction entre les questions auxquelles la science peut ou ne peut pas répondre et entre ce qui est scientifique et ce qui relève du pseudo-scientifique.

DÉFINITION DU DOMAINE

Ce qu'on attend aujourd'hui comme produit d'une éducation scientifique destinée à l'ensemble des citoyens est en priorité le développement d'une compréhension globale d'un certain nombre de concepts et de cadres explicatifs fondamentaux de la science ; des démarches utilisées par la science pour recueillir les éléments probants qui fondent les connaissances ; enfin, du potentiel et des limites de la science dans le monde réel. On considère essentiel que l'individu soit à même d'appliquer ses acquis dans des situations de vie mettant en jeu des faits scientifiques, où il y a lieu d'évaluer des conclusions et de prendre des décisions. Millar et Osborne (1998) estiment, par exemple, qu'un enseignement moderne des sciences doit avoir pour cible « *la capacité de lire et d'assimiler des informations scientifiques et techniques et d'évaluer leur portée* ». Ils ajoutent :



« Dans cette optique, l'essentiel n'est pas de savoir comment « faire de la science ». Il ne s'agit pas d'être capable de créer des connaissances scientifiques, ni de pouvoir les restituer ponctuellement lors d'un examen final. [...] Ainsi, en sciences, on devrait demander aux élèves de se montrer capables d'évaluer des faits, de faire la distinction entre théories et observations, et d'évaluer le degré de confiance à accorder aux explications avancées. » (Millar et Osborne, 1998.)

Ce qui est défini là, ce sont les objectifs d'un enseignement des sciences destiné à l'ensemble de la population. Pour la minorité d'élèves qui deviendront les chercheurs de demain, cette base sera élargie à l'étude approfondie de notions scientifiques et au développement de la capacité de « faire de la science ».

Dans cette perspective, il y a lieu de considérer que le but essentiel de l'enseignement des sciences, qui doit être au centre du programme PISA de l'OCDE, est de produire des élèves scientifiquement cultivés. La notion de « littératie scientifique » ou de « culture scientifique » a été utilisée dans différents contextes. Par exemple, l'*International Forum on Scientific and Technological Literacy for All (UNESCO, 1993)* en a donné plusieurs définitions, dont la suivante :

« La capacité d'agir en connaissance de cause et avec aisance, aux niveaux adéquats, selon des modalités qui conduisent à une meilleure maîtrise du monde matériel et du monde des idées scientifiques et technologiques. » (UNESCO, 1993.)

Les diverses conceptions de la culture scientifique (voir la synthèse de Shamos, 1995 ; Laugksch, 2000 ; Graeber et Bolte, 1997) font appel à la notion de niveaux de culture scientifique. Ainsi, Bybee (1997) propose quatre niveaux : les deux niveaux inférieurs sont « la culture scientifique nominale » (connaissance des noms et de la terminologie) et la « culture scientifique fonctionnelle » (qui s'applique aux personnes capables d'utiliser un vocabulaire scientifique dans des contextes restreints). On doit considérer ces deux niveaux comme insuffisants pour être ciblés dans le cadre conceptuel du programme PISA. Le niveau le plus élevé identifié par Bybee, celui de la « culture scientifique multidimensionnelle », s'applique à un niveau de compétences (en termes de compréhension de la nature de la science, de son histoire, et de son rôle dans notre culture) qui convient davantage à l'élite scientifique qu'à l'ensemble des citoyens. C'est peut-être le présupposé que la culture scientifique implique un degré aussi élevé de spécialisation de la pensée qui rend difficile la diffusion d'une conception plus accessible de cette culture. La définition la plus pertinente et la plus proche des objectifs du cadre conceptuel PISA / OCDE est en fait celle relative au troisième niveau de culture scientifique, que Bybee définit comme la « culture scientifique conceptuelle et procédurale ».

Après avoir examiné un certain nombre de descriptions existantes, le programme PISA de l'OCDE définit la culture scientifique comme suit :

« La culture scientifique est la capacité d'utiliser des connaissances scientifiques pour identifier les questions auxquelles la science peut apporter une réponse et pour tirer des conclusions fondées sur des faits, en vue de comprendre le monde naturel ainsi que les changements qui y sont apportés par l'activité humaine et de contribuer à prendre des décisions à leur propos. »



Les remarques qui suivent sont destinées à mieux expliquer le sens des diverses composantes de cette définition quelque peu dense.

La culture scientifique...

Il faut souligner que non seulement les connaissances scientifiques (au sens des connaissances en sciences) et les processus par lesquels elles se développent sont des aspects essentiels de la culture scientifique mais qu'ils sont étroitement liés dans l'acception donnée ici à cette expression. Comme nous le verrons plus loin de manière détaillée, les processus ne sont scientifiques que lorsqu'ils sont appliqués à des matières scientifiques. L'utilisation de ces processus implique donc nécessairement une certaine compréhension du domaine scientifique concerné. La conception de la culture scientifique adoptée ici tient compte de cette combinaison entre connaissances scientifiques et modes de raisonnement à propos des aspects scientifiques du monde.

... utiliser des connaissances scientifiques pour identifier les questions auxquelles la science peut apporter une réponse et pour tirer des conclusions fondées sur des faits...

Dans la définition proposée ci-dessus, l'expression « connaissances scientifiques » désigne bien plus que la connaissance de faits, de noms et de la terminologie. Elle inclut la compréhension de concepts scientifiques fondamentaux, des limites de la connaissance scientifique ainsi que de la nature de la science en tant qu'activité humaine. Les questions qui doivent être identifiées sont celles auxquelles il est possible de répondre par la recherche scientifique, ce qui implique une certaine connaissance des sciences ainsi que des aspects scientifiques impliqués dans des thèmes donnés. « Tirer des conclusions fondées sur des faits » se réfère au fait de connaître et d'appliquer des procédures de sélection et d'évaluation des informations ou des données, tout en étant conscient que les informations disponibles sont souvent insuffisantes pour tirer des conclusions définitives, ce qui impose d'extrapoler de manière prudente et avertie à partir des informations que l'on a pu réunir.

...comprendre et contribuer à prendre des décisions ...

Cette expression indique tout d'abord que la compréhension du monde naturel est valorisée à la fois comme un objectif en soi et comme un élément nécessaire à la prise de décisions ; elle rappelle d'autre part que, s'il est vrai qu'une compréhension scientifique peut contribuer à la prise de décisions, elle en est rarement le facteur déterminant. Dans la vie pratique, la prise de décisions intervient toujours dans des situations incluant des composantes sociales, politiques ou économiques et l'utilisation des savoirs scientifiques prend place dans le contexte des valeurs humaines attachées à ces composantes. Lorsqu'il y a consensus sur ces valeurs, l'utilisation de données scientifiques ne donne généralement pas lieu à controverse. Par contre, en l'absence de consensus, le risque de voir surgir des polémiques sur les données scientifiques à retenir et à utiliser est plus important.



...le monde naturel ainsi que les changements qui y sont apportés par l'activité humaine...

L'expression « le monde naturel » est un raccourci désignant l'environnement physique, les êtres vivants et les rapports qui les lient. Les « décisions à propos du monde naturel » font référence aux décisions portant sur des aspects scientifiques associés à des problèmes de l'individu, de sa famille, de la collectivité ou du monde en général. L'expression « les changements apportés par l'activité humaine » se rapporte aux modifications intentionnelles ou non que l'homme introduit dans le monde naturel en vue de satisfaire à ses besoins (technologies simples et complexes) ainsi qu'à leurs conséquences.

Il convient de signaler ici – on y reviendra de façon plus explicite par la suite – que la culture scientifique n'est pas dichotomique. En d'autres termes, on ne veut pas suggérer que les gens peuvent être répartis en deux catégories : les « scientifiquement cultivés » et les « scientifiquement incultes », mais plutôt qu'il existe un continuum entre culture scientifique peu développée et culture scientifique de haut niveau. Par exemple, un élève dont la culture scientifique est faiblement développée peut être à même de restituer des notions scientifiques factuelles (des termes, des faits, de la terminologie, des principes simples) et d'utiliser des connaissances scientifiques courantes pour tirer ou évaluer des conclusions. Par contre, un élève dont la culture scientifique est plus développée se montrera capable de créer ou d'utiliser des modèles conceptuels simples pour établir des prévisions ou fournir des explications, de les communiquer de manière précise, d'analyser des recherches scientifiques en prenant en considération leur plan expérimental, d'exploiter des données pour évaluer le bien-fondé de points de vue divergents ou de perspectives différentes, en estimer les implications et de communiquer de manière précise leurs évaluations.

ORGANISATION DU DOMAINE

La définition de la culture scientifique adoptée par le programme PISA de l'OCDE s'organise autour de trois aspects :

- les *connaissances* ou *concepts scientifiques*, qu'on évalue en les faisant appliquer à des domaines spécifiques ;
- les *processus scientifiques* qui, dans la mesure où ils sont d'ordre scientifique, font intervenir des connaissances propres à la science, même si dans l'évaluation celles-ci ne doivent pas constituer la difficulté majeure pour la réussite de l'épreuve;
- les *situations* ou *contextes* dans lesquels les connaissances et les processus scientifiques sont évalués et qui prennent la forme de problèmes à contenu scientifique.

Bien que ces aspects de la culture scientifique soient étudiés séparément, il importe de souligner qu'ils sont systématiquement combinés lors de l'évaluation proprement dite de la culture scientifique.



Les deux premiers aspects sont utilisés aussi bien pour construire les items que pour caractériser les résultats des élèves. Le troisième aspect sert à garantir, lors du développement des épreuves, que l'on fait intervenir un éventail suffisamment large de situations pertinentes en termes de culture scientifique.

Les sections qui suivent sont consacrées à une description plus approfondie des trois aspects fondamentaux de l'évaluation de la culture scientifique. En se structurant autour de ces dimensions, le cadre conceptuel du programme PISA de l'OCDE met l'accent sur le produit de l'éducation scientifique conçue comme un tout.

Connaissances ou concepts scientifiques

L'évaluation ne peut porter que sur un échantillon « d'idées » scientifiques. De surcroît, l'objectif du programme PISA de l'OCDE n'est pas d'inventorier toutes les connaissances des élèves, mais de déterminer dans quelle mesure ceux-ci sont capables d'appliquer leurs acquis dans des contextes pertinents pour leur vie actuelle et future. On n'a donc pas tenté de dresser une liste complète des connaissances à couvrir dans la batterie d'épreuves, mais plutôt de définir les critères de sélection. Les connaissances qui seront évaluées ont donc été choisies dans les grands domaines de la physique, de la chimie, de la biologie et des sciences naturelles et spatiales, selon les trois critères suivants.

- Le premier critère est la pertinence par rapport à des situations de tous les jours. Les connaissances scientifiques se distinguent par leur degré d'utilité dans la vie quotidienne. Par exemple, bien que la théorie de la relativité fournisse une description plus exacte des rapports entre longueur, masse, temps et vitesse que les lois de Newton, ces dernières sont plus utiles dans des aspects de la vie quotidienne touchant aux notions de forces et de mouvement.
- Le deuxième critère relève de la durée : les connaissances et les champs d'application choisis doivent demeurer pertinents au cours de la prochaine décennie et au-delà. Étant donné qu'il est prévu d'évaluer la culture scientifique à titre de domaine majeur en 2006, le cycle 2003 met l'accent sur des connaissances susceptibles de rester importantes tant pour la science que pour l'action publique, pour de nombreuses années à venir.
- Le troisième critère est que les connaissances mises en jeu puissent être utilisées en combinaison avec les processus scientifiques retenus, ce qui ne serait pas le cas dans des épreuves impliquant la simple restitution d'un terme ou d'une définition.

La figure 3.1 présente les thèmes qui ont été retenus en appliquant ces critères au contenu des domaines principaux de la science, accompagnés de quelques exemples de concepts scientifiques relatifs à chacun des thèmes. La maîtrise de ces concepts est nécessaire pour comprendre le milieu naturel et donner du sens à de nouvelles expériences ; elle est redevable de l'étude des faits et des phénomènes spécifiques qui ont permis de la construire, mais va au-delà des

connaissances ponctuelles acquises au cours de cette étude. Les exemples de la figure 3.1 illustrent la signification des thèmes, mais on n'a pas tenté d'y fournir une liste exhaustive des concepts susceptibles d'être mis en relation avec chacun de ces thèmes.

Figure 3.1 ■ Thèmes scientifiques majeurs de l'évaluation de la culture scientifique

-
- **Structure et propriétés de la matière** (conductivité électrique et thermique)
 - **Changements atmosphériques** (radiation, transmission et pression)
 - **Changements physiques et chimiques** (états de la matière, taux de réaction, décomposition)
 - **Transformations de l'énergie** (conservation de l'énergie, dégradation de l'énergie, photosynthèse)
 - **Forces et mouvements** (forces d'équilibre et de déséquilibre, vitesse, accélération, inertie)
 - **Forme et fonction** (cellule, squelette, adaptation)
 - **Biologie humaine** (santé, hygiène, alimentation)
 - **Changements physiologiques** (hormones, électrolyse, neurones)
 - **Biodiversité** (espèces, patrimoine génétique, évolution)
 - **Contrôle génétique** (dominance, hérédité)
 - **Écosystèmes** (chaînes alimentaires et préservation)
 - **La Terre et sa place dans l'univers** (système solaire, changements diurnes et saisonniers)
 - **Changements géologiques** (dérive des continents, climatologie)
-

Processus scientifiques

Les processus sont des opérations mentales (et quelquefois physiques) mises en œuvre pour concevoir, obtenir, interpréter ou utiliser des faits ou des données dans le but de mieux connaître ou comprendre des phénomènes. Les processus sont nécessairement liés à un sujet ; l'idée qu'un processus puisse être utilisé sans contenu est dépourvue de sens. Ces processus peuvent être appliqués à toutes sortes de thèmes. Ils sont dits « scientifiques » lorsque le thème abordé relève d'aspects scientifiques du monde et qu'ils sont mis en œuvre dans le but de progresser dans la compréhension scientifique.

Les processus scientifiques, tels qu'ils sont habituellement décrits, recouvrent un vaste ensemble de savoirs et savoir-faire nécessaires pour recueillir et interpréter des faits relatifs au monde environnant et en tirer des conclusions. Les processus appliqués pour recueillir des faits sont notamment ceux qui ont trait aux pratiques d'investigation – concevoir et mettre en œuvre des situations expérimentales, prendre des mesures et relever des observations à l'aide d'instruments appropriés, etc. Le développement de ces processus figure parmi les objectifs de l'enseignement des sciences à l'école, qui visent à permettre aux élèves d'expérimenter et de comprendre la façon dont se



construit la connaissance scientifique et, idéalement, d'appréhender la nature de la recherche et du savoir scientifiques. En fait, peu d'élèves auront effectivement besoin de ces savoir-faire pratiques après l'école, mais ils auront besoin d'avoir acquis la compréhension des processus et des concepts que ces expériences pratiques et ces manipulations permettent de développer. Ajoutons qu'il existe de solides raisons de penser que la vision traditionnelle du « processus scientifique », selon laquelle des conclusions sont tirées de manière inductive à partir d'observations – vision qui est encore largement présente dans bon nombre de programmes de sciences enseignés dans les écoles – est contraire à la manière dont se développe effectivement le savoir scientifique (voir par exemple Ziman, 1980).

La culture scientifique, telle qu'elle est définie ici, donne la priorité à la capacité de « tirer des conclusions fondées sur des faits », plutôt qu'à la capacité de recueillir des faits pour eux-mêmes. La capacité d'établir un lien entre des faits ou des données et des affirmations ou des conclusions est considérée comme l'élément capital, dont tous les citoyens ont besoin pour porter un jugement sur les aspects de leur vie qui sont influencés par la science. Dès lors, tout citoyen doit savoir à quel moment le recours à la connaissance scientifique est pertinent, en faisant la distinction entre les questions auxquelles la science peut ou ne peut pas apporter de réponse. Il doit être capable de juger si les preuves apportées sont valides, tant en termes de pertinence, qu'en termes de méthode utilisée pour les recueillir. Et, surtout, il doit être capable d'établir un lien entre les faits recueillis et les conclusions qui en découlent et d'évaluer le poids respectif des éléments qui s'inscrivent en faveur ou en défaveur de tel ou tel programme d'action affectant sa vie à un niveau personnel, social ou global.

Les distinctions qui viennent d'être proposées peuvent se résumer en quelques mots : la priorité doit être donnée aux processus s'appliquant *aux* sciences plutôt qu'à ceux s'appliquant *dans le cadre des* sciences. Il est important que les processus présentés dans la figure 3.2 soient perçus comme des processus qui concernent les sciences, plutôt que comme des processus s'appliquant dans le cadre des sciences. Tous impliquent une connaissance des concepts scientifiques. Pour le premier processus, cette connaissance constitue le facteur essentiel. Pour les deux autres, elle est nécessaire mais non suffisante puisque, dans ce cas, c'est la connaissance de méthodes de recueil et d'utilisation de données et de faits scientifiques qui est essentielle.

Figure 3.2 ■ Les processus scientifiques de PISA 2003

Culture scientifique

- Processus 1 : Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques
- Processus 2 : Comprendre les investigations scientifiques
- Processus 3 : Interpréter des faits et des conclusions scientifiques



Ces processus sont expliqués ci-dessous de manière plus détaillée.

Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques

Dans le cadre de ce processus, les élèves font preuve de leur compétence en appliquant les connaissances scientifiques qui conviennent à une situation donnée. Ils doivent pouvoir décrire ou expliquer des phénomènes scientifiques, prédire des changements et, dans certains cas, reconnaître ou identifier celles des descriptions, explications ou prévisions qui sont pertinentes.

Comprendre des investigations scientifiques

Pour comprendre des investigations scientifiques, les élèves doivent pouvoir identifier et formuler des questions qui peuvent être étudiées de manière scientifique et déterminer ce qu'impliquent ces investigations. Ils doivent notamment être capables d'identifier ou de proposer des questions qui peuvent faire l'objet de recherches scientifiques dans une situation donnée et de reconnaître ou d'identifier les éléments nécessaires à ces recherches, par exemple quelles sont les données qui doivent être comparées, les paramètres qu'on doit faire varier ou contrôler, les informations supplémentaires requises ou encore les procédures à utiliser pour recueillir des données pertinentes.

Interpréter des faits et des conclusions scientifiques

Cela signifie que les élèves doivent donner du sens aux résultats scientifiques pour étayer des hypothèses ou des conclusions. Ils peuvent, pour cela, avoir besoin d'accéder à des informations scientifiques, de tirer des conclusions fondées sur des faits scientifiques et de les communiquer à d'autres. Ils peuvent également avoir à choisir une conclusion parmi différentes options et la communiquer, en se fondant sur les éléments de preuve disponibles ; ou bien expliquer les raisons pour lesquelles une conclusion donnée est valide ou non à en fonction des données fournies ; ou bien identifier les hypothèses qui sont à la base de telle ou telle conclusion ; ou encore réfléchir aux implications que telle ou telle conclusion scientifique a pour la société, et communiquer ces réflexions.

Dans chacun des trois processus, certaines connaissances scientifiques sont requises. Cependant, dans les items relatifs aux deuxième et troisième processus, on évite de faire de la connaissance l'« obstacle » principal, puisque le but est d'évaluer les démarches intellectuelles adoptées pour recueillir, juger et communiquer des faits scientifiques valides. Par contre, dans le cas du premier processus, c'est bien la compréhension des concepts scientifiques impliqués qui constitue l'objet à évaluer et est donc la source principale de la difficulté de l'item.

Précisons que, pour chacun de ces trois processus, la difficulté des items peut être très variable, selon les concepts scientifiques et les champs d'application concernés. Le feed-back des pays participants et l'essai de terrain permettent de garantir que les items sélectionnés en vue de la campagne de tests définitive



pour l'évaluation OCDE/PISA présentent des degrés de difficulté adaptés aux jeunes de 15 ans.

Situations ou contextes : les champs d'application

Comme indiqué ci-dessus, le programme PISA de l'OCDE évalue des connaissances scientifiques importantes, qui se rapportent aux contenus des curriculums de sciences des pays participants, sans toutefois qu'on se soit borné à de prendre pour dénominateur commun les programmes nationaux. En accord avec la décision de privilégier la culture scientifique, l'évaluation porte sur l'application des concepts scientifiques sélectionnés et l'utilisation de processus scientifiques dans des situations qui reflètent des aspects importants du monde réel et qui mettent en jeu des notions scientifiques.

La figure 3.3 dresse une liste de champs d'application des sciences susceptibles de donner lieu à des problématiques que le citoyen d'aujourd'hui et de demain doit être à même de comprendre et au sujet desquelles il doit prendre des décisions. Ce sont ces domaines d'application qui déterminent le choix du contenu des unités et des items qui y sont associés. La figure 3.3 présente les champs d'application dans lesquels les savoirs et savoir-faire scientifiques seront évalués.

Lors du choix des items, il convient de s'intéresser non seulement à leur champ d'application mais aussi au contexte dans lequel les problèmes sont posés. Rappelons à cet égard que l'objectif de l'évaluation PISA de l'OCDE est de mesurer la capacité des élèves à appliquer les savoirs et savoir-faire qu'ils ont acquis au terme de leur scolarité obligatoire. Il faut donc que les items

Figure 3.3 ■ Champs d'application de l'évaluation de la culture scientifique

- **Sciences appliquées à la vie et de la santé**

- Santé, maladies et alimentation

- Préservation et utilisation durable des espèces

- Interdépendance des systèmes physiques et biologiques

- **Sciences appliquées à la Terre et à l'environnement**

- Pollution

- Production et dégradation des sols

- Météorologie et climat

- **Sciences appliquées aux technologies**

- Biotechnologie

- Utilisation des matériaux et élimination des déchets

- Utilisation de l'énergie

- Transport



s'inscrivent dans des situations de la vie en général, et qu'ils ne se limitent pas à celles de la vie à l'école. Dans le cadre scolaire, la mise en œuvre des savoirs et des processus scientifiques peut être confinée au laboratoire ou à la salle de classe, mais, de plus en plus souvent, des efforts sont consentis lors de l'élaboration des programmes nationaux d'enseignement pour en étendre l'application au monde extérieur.

Les situations du monde réel mettent en jeu des problèmes qui peuvent nous affecter en tant qu'individus (par exemple, l'alimentation ou l'utilisation de l'énergie), en tant que membres d'une collectivité locale (par exemple, le traitement des eaux ou le choix de l'emplacement d'une centrale électrique) et en tant que citoyens du monde (par exemple, le réchauffement de la planète et la diminution de la biodiversité). Tous ces thèmes sont représentés dans la batterie de test du programme PISA de l'OCDE. Il convient d'y ajouter, pour certains sujets, une dimension supplémentaire: le contexte historique, qui permet d'évaluer la compréhension des progrès de la science. Le cadre d'évaluation du programme PISA de l'OCDE privilégie donc les items portant sur des aspects qui concernent l'individu et sa famille (situations personnelles), la collectivité (situations publiques) et la vie dans le monde en général (situations globales) ainsi que sur des situations qui illustrent la manière dont le savoir scientifique évolue et affecte des décisions de la société qui font intervenir des aspects en relation avec la science (dimension historique).

Dans le cadre d'une étude internationale, il importe que les champs d'application retenus dans les épreuves soient pertinents et tiennent compte des préoccupations et du mode de vie des élèves de tous les pays participants. Ils doivent aussi se prêter à l'évaluation des processus et des connaissances scientifiques. La sensibilité aux différences culturelles est indispensable lors de l'élaboration et de la sélection des items, non seulement pour garantir la validité de l'évaluation mais également par respect pour les valeurs et les traditions des pays participants. Les champs d'application dans lesquels s'inscrivent les items choisis sont pertinents et appropriés pour tous les pays, tout en présentant la combinaison souhaitée entre connaissances et application de processus scientifiques.

En choisissant les thèmes et les situations décrits ci-dessus, le programme PISA de l'OCDE s'efforce d'évaluer l'application de connaissances qui ont très probablement été acquises grâce au curriculum de sciences (même s'il est possible qu'une partie de ces apprentissages aient été réalisés dans d'autres cours ou en dehors du cadre scolaire). Même si les connaissances évaluées relèvent du programme scolaire, il y a cependant lieu de vérifier si cet enseignement a fait plus que munir l'élève de connaissances ponctuelles et s'il contribue au développement d'une réelle culture scientifique. C'est ce qui conduit le programme PISA de l'OCDE à fonder son évaluation sur l'application de ces connaissances dans des situations de la vie réelle. Certains des exemples d'items présentés ci-dessous servent à illustrer ce point précis.



CARACTÉRISTIQUES DES ÉPREUVES ET EXEMPLES

En accord avec la définition de la culture scientifique adoptée par le programme PISA de l'OCDE, chaque question (item) demande la mise en œuvre de l'un des processus décrits dans la figure 3.2 et, comme on l'a indiqué, l'application de connaissances scientifiques. Les exemples ci-dessous présentent ce qu'on appelle des unités de test, constituées d'un stimulus initial auquel est associée une série d'items. Chacun des items d'une unité a été conçu pour évaluer principalement un des processus scientifiques présentés dans la figure 3.2 ; cependant, certains peuvent également évaluer d'autres processus et mettre en jeu plusieurs concepts scientifiques.

Une des raisons qui justifient cette structure est qu'elle permet de rendre les unités proposées aux élèves aussi réalistes que possible et de refléter, dans une certaine mesure, la complexité des situations de la vie réelle. Une autre raison tient à la nécessité d'exploiter au mieux le temps imparti pour répondre au test : vu le temps qu'il faut aux élèves pour « entrer » dans le sujet, il est préférable de réduire le nombre de situations et de poser plusieurs questions à leur propos, plutôt que de poser des questions isolées relatives à un plus grand nombre de situations. Cette approche impose des contraintes qui ont été identifiées et prises en considération. D'une part, il faut veiller à ce que les scores attribués aux divers items d'une même unité soient indépendants les uns des autres. D'autre part, il est d'autant plus important de minimiser les éventuels biais liés au choix des situations lorsque le nombre de celles-ci est réduit.

Les exemples figurant ci-dessous aideront à comprendre la signification opérationnelle de certains des processus évalués, en proposant une série d'items conçus pour les mesurer.

**Sciences, unité 1****ARRÊTEZ CE MICROBE !**

Deux questions de cette unité portent sur le processus n° 2. Elles demandent aux élèves de lire un bref extrait portant sur l'histoire de l'immunisation.

Dès le 11^e siècle, les médecins chinois manipulaient le système immunitaire. En soufflant dans les narines de leurs patients des croûtes pulvérisées prélevées sur des victimes de la variole, ils arrivaient souvent à provoquer une légère poussée de la maladie, qui empêchait une attaque plus virulente. Dans les années 1700, les gens se frottaient la peau avec les croûtes desséchées des boutons pour se protéger de la maladie. Ces pratiques primitives furent introduites en Angleterre et dans les colonies d'Amérique. En 1771 et 1772, durant une épidémie de variole, un médecin de Boston nommé Zabdiel Boylston vérifia une idée qui lui était venue : il griffa la peau de son fils âgé de six ans, ainsi que celle de 285 autres personnes, et frotta ces égratignures avec du pus provenant de boutons de variole. Tous ses patients survécurent, à l'exception de six.

Sciences, exemple 1.1

Quelle hypothèse Zabdiel Boylston était-il ainsi en train de vérifier ?

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 1.1 de Sciences

Crédit complet

Code 2 : Réponses faisant référence aux deux éléments suivants :

- l'idée qu'inoculer la variole à quelqu'un donne une certaine immunité ;

ET

- l'idée qu'en griffant la peau, la variole s'est introduite dans le flux sanguin.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses ne faisant référence qu'à un seul des deux éléments mentionnés ci-dessus.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Processus : Comprendre des investigations scientifiques (processus n° 2)

Concept : Biologie humaine

Situation : Sciences appliquées à la vie et à la santé



Sciences, exemple 1.2

Citez deux autres informations dont vous auriez besoin pour savoir dans quelle mesure la démarche de Boylston a été couronnée de succès.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 1.2 de Sciences

Crédit complet

Code 2 : Réponses fournissant les DEUX éléments d'information suivants :

- le taux de survie sans le traitement de Boylston ;
ET
- si ses patients ont été exposés à la variole en dehors de son traitement.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses ne fournissant qu'un seul des deux éléments mentionnés ci-dessus.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Processus : Comprendre des recherches scientifiques (processus n° 2)

Concept : Biologie humaine

Situation : Sciences appliquées à la vie et à la santé



Sciences, unité 2

PETER CAIRNEY

Les quatre items suivants font partie d'une unité où le stimulus est un extrait d'article consacré à Peter Cairney, un employé de la *Commission australienne pour la recherche sur les transports routiers*. Cet extrait figure ci-dessous.

...Une autre des méthodes qui permettent à Peter de rassembler des informations en vue d'améliorer la sécurité sur les routes consiste à placer une caméra de télévision sur un pylône de 13 mètres de haut pour filmer la circulation routière sur les chaussées étroites. Les images obtenues informent les chercheurs sur la vitesse à laquelle les véhicules circulent, la distance qui sépare chaque voiture, et les portions de chaussée que celles-ci utilisent. Après quelque temps, des lignes délimitant les bandes de circulation sont peintes sur la chaussée. Les chercheurs peuvent alors utiliser la caméra de télévision pour noter si la circulation a été modifiée. Est-elle devenue plus rapide ou plus lente ? Est-ce que les voitures sont plus rapprochées ou plus éloignées les unes des autres qu'avant ? Est-ce que les automobilistes conduisent plus près du bord de la chaussée ou plus près du centre maintenant qu'il y a des lignes ? Une fois en possession de ces données, Peter peut conseiller de peindre ou de ne pas peindre des lignes sur les chaussées étroites.

Sciences, exemple 2.1

S'il veut être sûr de donner de bons conseils, Pierre pourrait recueillir aussi d'autres informations sur les chaussées étroites, en plus de ses films. Parmi les propositions suivantes, laquelle ou lesquelles l'aiderai(en)t à être plus sûr en matière de conseils à donner sur les effets des lignes peintes sur les chaussées étroites ?

- | | |
|--|-----------|
| A. Répéter ses expériences sur d'autres chaussées étroites | Oui / Non |
| B. Répéter ses expériences sur des chaussées plus larges | Oui / Non |
| C. Vérifier le nombre d'accidents pendant une période donnée avant et après que les lignes ont été peintes sur la chaussée | Oui / Non |
| D. Vérifier le nombre de véhicules empruntant la route avant et après la peinture des lignes | Oui / Non |

Consignes de correction et commentaire pour l'exemple 2.1 de Sciences

Crédit complet

Code 2 : Dans l'ordre : « Oui », « Non », « Oui », « Non ».

Crédit partiel

Code 1 : Dans l'ordre : « Oui », « Non », « Non », « Non ».



Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Type d'item : Item à choix multiple complexe

Processus : Comprendre des investigations scientifiques (processus n° 2)

Concept : Forces et mouvement

Situation : Sciences appliquées aux technologies

Sciences, exemple 2.2

Supposez qu'après avoir fait peindre des lignes sur une section de chaussée étroite, Peter observe les changements suivants dans la circulation routière :

Vitesse	La circulation va plus vite
Position	La circulation se rapproche des bords de la chaussée
Distance entre les véhicules	Pas de changement

Sur la base de ces résultats, il a été décidé de peindre des lignes sur toutes les chaussées étroites. Pensez-vous que ce soit la meilleure décision ? Donnez les raisons de votre accord ou de votre désaccord.

D'accord : _____

Pas d'accord : _____

Raison : _____

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 2.2 de Sciences

Crédit complet

Code 1 : Réponses qui sont en accord ou en désaccord avec la décision prise et qui donnent des raisons cohérentes avec les informations fournies. Par exemple :

- D'accord, parce qu'il y a moins de risques de collision si la circulation se fait près du bord de la chaussée, même si le trafic est plus rapide ;
- D'accord, parce que si le trafic est plus rapide, la tentation de doubler est moindre ;
- Pas d'accord, parce que si la circulation est plus rapide et que la distance entre les voitures reste la même, cela peut signifier que les conducteurs n'auront pas assez d'espace pour s'arrêter en cas d'urgence.

Pas de crédit

Code 0 : Réponses qui sont en accord ou en désaccord avec la décision prise, mais qui ne mentionnent aucune raison ou qui mentionnent des raisons sans rapport avec le problème.



Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Processus : Interpréter des faits et des conclusions scientifiques (processus n° 3)

Concept : Forces et mouvement

Situation : Sciences appliquées aux technologies

Sciences, exemple 2.3

Il est recommandé aux automobilistes de laisser davantage d'espace entre leur véhicule et celui de devant quand ils conduisent vite que quand ils conduisent lentement, parce qu'une voiture qui roule vite met plus longtemps à s'arrêter.

Expliquez pourquoi une voiture qui roule vite peut avoir besoin d'une distance plus longue pour s'arrêter qu'une voiture roulant plus lentement.

Raisons : _____

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 2.3 de Sciences

Crédit complet

Code 2 : Réponses faisant référence aux deux éléments suivants :

- La plus grande inertie d'un véhicule qui se déplace vite a pour effet qu'à force égale de freinage, il mettra plus longtemps à s'arrêter qu'un véhicule plus lent.

ET

- Plus la vitesse d'une voiture est élevée, plus il faut de temps pour réduire cette vitesse à 0 km/h ; donc, pour un même intervalle de temps, une voiture qui va vite parcourra plus d'espace avant de s'arrêter qu'un véhicule plus lent.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses ne faisant référence qu'à un seul des deux éléments mentionnés ci-dessus.

Pas de crédit

Code 0 : Les autres réponses, notamment celles qui répètent l'affirmation contenue dans la question, par exemple : « il faut plus de temps pour l'arrêter à cause de sa vitesse ».

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Processus : Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques (processus n° 1)

Concept : Forces et mouvement

Situation : Sciences appliquées aux technologies

**Sciences, exemple 2.4**

En regardant la télévision, Peter observe qu'une voiture A roulant à 45 km/h est dépassée par une voiture B roulant à 60 km/h. À quelle vitesse la voiture B semble-t-elle se déplacer pour quelqu'un qui se trouve à bord de la voiture A ?

- A. 0 km/h
- B. 15 km/h
- C. 45 km/h
- D. 60 km/h
- E. 105 km/h

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 2.4 de Sciences

Crédit complet

Code 1 : Réponse B : 15 km/h.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Processus : Décrire, expliquer et prévoir des phénomènes scientifiques (processus n° 1)

Concept : Forces et mouvement

Situation : Sciences appliquées aux technologies

Sciences, unité 3

MAÏS

Les trois items suivants sont tirés de l'unité intitulée « Maïs ». Le stimulus est un reportage consacré à un agriculteur, Auke Ferwerda, qui brûle du maïs comme combustible dans son poêle.

... Ferwerda explique qu'en fait le maïs utilisé comme aliment pour le bétail constitue également une sorte de combustible. Les vaches se nourrissent de maïs pour en tirer de l'énergie. Mais, poursuit-il, la vente du maïs comme combustible plutôt que comme aliment pour le bétail pourrait être bien plus rentable pour les agriculteurs.

Ferwerda sait qu'on accorde de plus en plus d'attention à l'environnement et que la législation mise en place par le gouvernement pour protéger l'environnement est de plus en plus complexe. Ce que Ferwerda comprend mal, c'est l'attention accrue portée au dioxyde de carbone. Celui-ci est considéré comme la cause de l'effet de serre. On estime que l'effet de serre est la cause principale de l'augmentation de la température moyenne de l'atmosphère de la Terre. Mais d'après Ferwerda, ce n'est pas le dioxyde de carbone qu'il faut incriminer. Au contraire, prétend-il, le dioxyde de carbone est absorbé par les plantes, qui le transforment en oxygène pour les êtres humains.

Selon Ferwerda, « Ici, c'est une région agricole et les fermiers y cultivent du maïs. La saison de culture du maïs est longue, il absorbe beaucoup de dioxyde de carbone et rejette beaucoup d'oxygène. Il y a beaucoup de scientifiques qui disent que le dioxyde de carbone n'est pas la cause principale de l'effet de serre. »

Sciences, exemple 3.1

Ferwerda compare le maïs utilisé comme combustible au maïs utilisé comme aliment.

Dans la première colonne du tableau ci-dessous figure une liste de phénomènes qui se produisent quand le maïs brûle en tant que combustible.

Ces phénomènes se produisent-ils aussi lorsque le maïs tient lieu de combustible dans le corps d'un animal ?

Entourez « Oui » ou « Non » pour chaque phénomène.

Quand le maïs brûle :	Cela se produit-il aussi lorsque le maïs tient lieu de combustible dans le corps d'un animal ?
Il y a consommation d'oxygène.	Oui / Non
Il y a formation de dioxyde de carbone.	Oui / Non
Il y a production d'énergie.	Oui / Non

**Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 3.1 de Sciences**

Crédit complet

Code 1 : Dans l'ordre : « Oui », « Oui », « Oui » (toutes les réponses doivent être correctes, car toute erreur indiquerait une faille dans la compréhension du processus de transformation des aliments dans le corps d'un animal).

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Type d'item : Item à choix multiple complexe

Processus : Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques (processus n° 1)

Concept : Changements chimiques et physiques

Situation : Sciences appliquées à la vie et à la santé

Sciences, exemple 3.2

Dans l'article, on décrit une transformation du dioxyde de carbone : « ...le dioxyde de carbone est absorbé par les plantes, qui le transforment en oxygène... ».

Le dioxyde de carbone et l'oxygène ne sont pas les seules substances qui interviennent dans cette transformation : d'autres substances sont impliquées. La transformation peut être représentée de la façon suivante :

dioxyde de carbone + eau \longrightarrow oxygène +

Inscrivez le nom de la substance manquante dans l'encadré.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 3.2 de Sciences

Crédit complet

Code 1 : Réponses mentionnant l'un des termes suivants : glucose ; sucre(s) ; hydrate(s) de carbone ; saccharide(s) ; amidon.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Processus : Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques (processus n° 1)

Concept : Transformations de l'énergie

Situation : Sciences appliquées à la vie et à la santé

Sciences, exemple 3.3

A la fin de l'article, Ferwerda fait référence à des scientifiques qui disent que le dioxyde de carbone n'est pas la cause principale de l'effet de serre.

Carine trouve le tableau ci-dessous, qui présente les résultats de recherches concernant les quatre gaz qui contribuent le plus à l'effet de serre.

*Effet de serre relatif par molécule de gaz*

Dioxyde de carbone	Méthane	Oxyde d'azote	Chlorofluorocarbones
1	30	160	17 000

À partir de ce tableau, Carine conclut que le dioxyde de carbone n'est pas la principale cause de l'effet de serre. Cependant, cette conclusion est prématurée. Il faut combiner les données du tableau à d'autres données pour pouvoir déterminer si le dioxyde de carbone est ou n'est pas, la cause principale de l'effet de serre.

Quelles autres données Carine doit-elle rassembler ?

- A. Des données sur l'origine des quatre gaz.
- B. Des données sur l'absorption des quatre gaz par les plantes.
- C. Des données sur la taille de chacun des quatre types de molécules.
- D. Des données sur la concentration de chacun des quatre gaz dans l'atmosphère.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 3.3 de Sciences

Être capable de se rendre compte qu'une conclusion valide ne peut être tirée sans informations supplémentaires est ici en étroite relation avec un point de connaissance scientifique : savoir que l'importance de l'effet d'une substance dépend de sa concentration.

Crédit complet

Code 1 : Réponse D : Des données sur la concentration de chacun des quatre gaz dans l'atmosphère.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Processus : Interpréter des faits et des conclusions scientifiques (processus n° 3)

Concept : Structure et propriétés de la matière

Situation : Sciences appliquées à la Terre et à l'environnement

Pour répondre à toutes ces questions, l'élève doit utiliser des connaissances contenues dans le curriculum de sciences et les appliquer dans des situations nouvelles. Lorsque l'évaluation de la compréhension d'une notion scientifique n'est pas le but principal de l'item, c'est la capacité à mettre en œuvre le processus visé qui constitue la difficulté principale de l'item, et non les connaissances exigées. En revanche, lorsque le but principal est d'évaluer ces connaissances, comme dans les exemples 2.3, 2.4, 3.1 et 3.2 de Sciences, le processus sollicité chez l'élève consiste à manifester sa compréhension de la notion visée par l'item.



STRUCTURE DE L'ÉVALUATION

Les unités de test peuvent compter jusqu'à huit items, dont les scores sont indépendants les uns des autres. La grande majorité des unités, sinon toutes, comportent à la fois des items qui sollicitent la connaissance/la compréhension des concepts scientifiques mis en jeu (exemples 2.3, 2.4, 3.1 et 3.2 de Sciences) et des items qui demandent à l'élève d'appliquer un ou plusieurs processus pour recueillir des données et les exploiter dans le cadre d'investigations scientifiques (exemples 1.1, 1.2, 2.1, 2.2 et 3.3 de Sciences). Comme indiqué plus haut, l'évaluation OCDE / PISA n'inclut pas d'épreuves impliquant des manipulations pratiques, du moins dans les cycles PISA 2000 et 2003, où la culture scientifique est un domaine « mineur » d'évaluation.

La figure 3.4 présente la répartition des points que l'on souhaite attribuer aux divers processus dans l'ensemble de la batterie (en termes de pourcentage de points de score). Il est possible que cette répartition soit modifiée lors du cycle PISA 2006 où le domaine majeur d'évaluation sera la culture scientifique.

Figure 3.4 ■ Répartition recommandée des scores entre les divers processus scientifiques

Processus scientifiques	Pourcentage dans les unités de sciences OCDE/PISA
Processus 1	
Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques	40 – 50
Processus 2	
Comprendre les démarches d'investigation scientifique	20 – 25
Processus 3	
Interpréter des faits et des conclusions scientifiques	20 – 25
TOTAL	100

Selon le sujet traité, il est possible que certaines unités portent davantage sur l'évaluation de la compréhension scientifique (premier processus) et que pour d'autres, ce soit le contraire. Il faut cependant veiller autant que faire se peut à ce que chaque unité comporte des items qui évaluent le premier processus et des items qui évaluent le deuxième et le troisième processus : d'une part, il convient de couvrir les principaux concepts scientifiques que les élèves sont censés avoir étudiés pendant leurs cours de sciences ou avoir découverts en dehors du cadre scolaire ; d'autre part, la capacité d'appliquer des processus dépend beaucoup de la situation dans laquelle où l'élève est appelé à les appliquer. Les objectifs du programme PISA de l'OCDE conduisent à considérer comme des produits désirables de l'apprentissage tant les connaissances scientifiques elles-mêmes que la combinaison entre connaissances et capacité de tirer des conclusions fondées sur l'analyse des données. Cette perspective se traduit, dans la distribution recommandée, par le fait qu'un poids à peu près égal (en termes de points de score) est attribué à ces deux types de produits.



Comme déjà indiqué, tous les items demandent l'utilisation des connaissances scientifiques que les élèves ont vraisemblablement acquises à travers leur curriculum. Ce qui distingue les items de sciences de PISA de ceux d'autres évaluations de l'enseignement des sciences (pas de toutes, certes), c'est qu'ils demandent aux élèves d'appliquer ces connaissances dans des situations de la vie réelle. La capacité de tirer des conclusions fondées sur des faits figure aussi parmi les objectifs de nombreux curriculums de sciences. L'évaluation OCDE / PISA fait appel à la mise en œuvre des processus scientifiques dans des situations qui sortent du cadre du laboratoire ou de la salle de classe. Le degré de familiarité des élèves avec ce type d'épreuves dépendra donc de la part plus ou moins importante accordée aux applications tournées vers la vie réelle dans le curriculum auquel ils ont été exposés.

La figure 3.5 présente la répartition des points de score que l'on désire attribuer aux divers champs d'application. Comme on le voit, la distribution entre les trois champs est aussi égale que possible.

Figure 3.5 ■ Répartition recommandée des scores entre les trois champs d'application

Champs d'application	Pourcentage dans les unités de sciences OCDE/PISA
Sciences appliquées à la vie et à la santé	30 – 40
Sciences appliquées à la Terre et à l'environnement	30 – 40
Sciences appliquées aux technologies	30 – 40
TOTAL	100

Les unités comportent chacune un stimulus particulier, qui peut se présenter sous la forme d'un texte court, éventuellement accompagné d'un tableau, d'un graphique ou d'un diagramme. Chaque unité comprend une série d'items qui (en termes de correction) sont indépendants les uns des autres et qui se présentent sous divers formats : items à choix multiple ou items à réponse ouverte, brève ou longue. Les items à réponse ouverte longue demandent l'intervention de plusieurs correcteurs, contrairement aux items à réponse ouverte brève qui peuvent être corrigés de manière fiable par un seul correcteur.

Dans les cycles PISA où la culture scientifique est un domaine mineur d'évaluation, le nombre d'items et d'unités de test mis au point et soumis à un essai de terrain demeure limité. On peut toutefois donner un aperçu de la batterie de tests du cycle PISA 2003 :

- à une exception près, les unités comportent plusieurs items (et non un seul) ; ces items évaluent un ou plusieurs des thèmes ou concepts scientifiques retenus (voir figure 3.1), des processus scientifiques (voir figure 3.2) et des



connaissances scientifiques relatives à un ou plusieurs champs d'application (figure 3.3). L'élève y répond sur papier, en rédigeant une réponse ou en produisant une réponse graphique ;

- les unités sont présentées dans des carnets, comme lors du cycle PISA 2000, mais la possibilité d'utiliser d'autres moyens de présenter les stimuli est étudiée en vue du cycle PISA 2006, où la culture scientifique sera le domaine majeur ;
- certaines unités comportent des aspects liés à la lecture et/ou aux mathématiques, mais aucun item ne se limite à demander aux élèves de trouver des informations fournies dans le stimulus sans qu'ils aient à y appliquer quelque « traitement scientifique ». De même aucun item ne se borne à demander la restitution de connaissances ponctuelles.

Pour évaluer les savoirs et savoir-faire décrits dans le présent cadre conceptuel, il faut avoir recours à divers formats de réponse aux items. Par exemple, il est possible de mettre au point des items à choix multiple qui permettent d'évaluer valablement les processus impliquant une reconnaissance ou une sélection. Mais pour mesurer la capacité d'évaluer ou de communiquer, il est préférable, en termes de validité et d'authenticité, d'utiliser des items à réponse ouverte. Dans de nombreux cas, le format de réponse le plus approprié dépend du contenu spécifique de l'item.

ÉCHELLES DE COMPÉTENCE

Dans le cadre du programme PISA de l'OCDE, l'élaboration des échelles de compétence constitue une étape essentielle. La mise au point d'une échelle est un processus itératif : les descriptions initiales (fondées sur les résultats des essais de terrain et de la campagne définitive de PISA 2000, et s'appuyant en outre sur l'expérience accumulée au cours d'enquêtes antérieures sur le rendement de l'enseignement des sciences et sur les résultats d'autres recherches sur l'apprentissage et le développement cognitif en sciences) sont donc susceptibles d'être modifiées à la lumière des données recueillies lors des nouveaux cycles.

Les résultats du cycle PISA 2000 (où l'information recueillie a été relativement limitée, puisque les sciences étaient un domaine mineur) ont été rapportés sur une échelle de compétence dont la moyenne a été fixée à 500 et l'écart type à 100. Il n'a pas été possible de distinguer des niveaux de compétence proprement dits, mais bien de décrire ce que sont capables de faire les élèves dont le score se situe à trois points de l'échelle :

- les élèves obtenant un score situé vers le haut de l'échelle de culture scientifique (environ 690 points) sont généralement capables de créer ou d'utiliser des modèles conceptuels pour prédire ou expliquer des phénomènes ; d'analyser des études scientifiques pour comprendre, par exemple, quel a été le plan expérimental utilisé ou identifier l'hypothèse qui a été mise à l'épreuve ; de comparer des données pour évaluer la pertinence d'opinions ou de perspectives divergentes ; et enfin, de communiquer des arguments et/ou des descriptions scientifiques de manière précise et détaillée ;



- les élèves obtenant un score de l'ordre de 550 points sont généralement capables d'utiliser des concepts scientifiques prédire ou expliquer des phénomènes ; de reconnaître le type de questions auxquelles une investigation scientifique peut apporter une réponse et/ou d'identifier certains des aspects impliqués dans une recherche scientifique ; enfin, de tirer ou évaluer des conclusions en identifiant dans l'ensemble des informations disponibles les données ou les suites de raisonnements qui sont pertinents ;
- les élèves obtenant un score situé vers le bas de l'échelle (environ 400 points) sont capables de restituer des connaissances scientifiques simples et ponctuelles (des noms, des faits, de la terminologie, des principes simples) et d'utiliser des connaissances scientifiques courantes pour tirer ou évaluer des conclusions.

Les résultats de l'évaluation PISA 2003 de la culture scientifique seront vraisemblablement présentés de la même façon. En revanche, en 2006, lorsque le temps de passation disponible permettra une couverture plus complète des connaissances et des champs d'application, il sera possible, d'une part, d'identifier des seuils supplémentaires permettant de définir des niveaux de compétence proprement dits sur l'échelle globale, mais aussi de mettre au point des sous-échelles relatives aux divers processus de la figure 3.2. Il y aura donc, en particulier, une sous-échelle portant sur les connaissances scientifiques (premier processus), évaluées à travers leur application dans les situations proposées.

Il se peut également que les données recueillies en 2006 contiennent suffisamment d'informations sur les processus scientifiques présentés à la figure 3.2 pour permettre d'envisager la mise au point de sous-échelles portant sur les principaux domaines de la science. Cela dépendra de considérations relatives à leur faisabilité statistique, leur pertinence théorique et leur intérêt pour les politiques éducatives. S'il s'avère possible de présenter ces sous-échelles, les autorités des divers pays auront l'avantage de pouvoir comparer de manière plus détaillée les résultats effectivement produits par leur système d'enseignement des sciences avec les résultats considérés comme désirables dans leur pays.

La description du contenu des items et des catégories de réponses considérées comme incorrectes est un élément d'information important pour accompagner les statistiques par item. Cette catégorisation des contenus s'appuiera sur les résultats de l'essai de terrain, en relation avec les types de réponses effectivement relevées chez les élèves. Les descriptions d'un certain nombre d'items, ainsi que des catégories de réponses observées, seront également nécessaires pour illustrer les échelles et donner une signification concrète aux divers niveaux de compétence ; certains des items utilisés dans l'évaluation OCDE/PISA seront rendus publics à cette fin.

D'autres types de présentation des résultats sont souhaitables et pourront être envisagés à l'issue de la campagne de tests définitive du cycle PISA 2006, où le domaine majeur d'évaluation sera la culture scientifique. En particulier, on peut envisager de présenter les résultats pour des séries d'items tirés d'unités



différentes et portant sur les divers champs d'application des sciences, ce qui serait utile pour déterminer si l'attention portée par l'école à un certain nombre de problématiques contemporaines est suffisante et suivie d'effets mesurables.

AUTRES QUESTIONS

Lorsque le stimulus d'une unité d'évaluation de culture scientifique se présente sous la forme d'un texte relativement long, il est possible de procéder à l'évaluation de certains aspects de la compréhension de l'écrit. De même, lorsque les informations se présentent sous la forme de tableaux, de diagrammes, de graphiques ou nécessitent une manipulation de chiffres, il est possible d'évaluer certains aspects de la culture mathématique. Les unités de ce type font partie des sections « combinées » des épreuves. D'autres unités serviront uniquement à évaluer la capacité des élèves à appliquer des processus scientifiques pour tirer des conclusions basées sur des faits et à montrer qu'ils comprennent des concepts scientifiques.

Les cycles PISA 2000 et 2003, où la culture scientifique est un domaine mineur d'évaluation, servent de base aux indicateurs de séries temporelles. Le nombre d'unités de test utilisées lors de ces deux cycles est limité (même en tenant compte du fait que le plan d'enquête prévoit l'administration de carnets de test différents à des sous-échantillons d'élèves différents) : chaque champ d'application de la science est donc couvert par moins d'items que ce ne sera le cas lors du cycle PISA 2006. Lorsque la culture scientifique est un domaine mineur d'évaluation, l'évaluation porte sur tous les processus présentés à la figure 3.2 mais seulement sur certains des champs d'application et connaissances scientifiques (concepts) énumérés dans les figures 3.1 et 3.3. Le cycle PISA 2006, où le domaine majeur sera la culture scientifique, permettra de couvrir les champs d'application et les connaissances scientifiques d'une manière nettement plus complète. ┘



Résolution de problèmes

Introduction	172
Contexte	172
Définition du domaine.....	174
Organisation du domaine.....	176
▪ Type de problèmes	178
– Résolution de problèmes, unité 1 : DITES « NON » À LA DOULEUR ..	181
– Résolution de problèmes, unité 2 : GESTION DES VENTES DE CD ...	185
– Résolution de problèmes, unité 3 : POMPE DE VÉLO	190
▪ Processus de résolution de problèmes	191
▪ Synthèse des types de problèmes.....	193
▪ Situations.....	194
La place de la résolution de problèmes dans le cycle d'évaluation PISA 2003	194
▪ Compétences clés.....	194
▪ Rôle de la résolution de problèmes dans la perspective de l'évolution du marché du travail et des compétences requises	195
Caractéristiques de l'évaluation.....	199
▪ Accessibilité et équité	199
▪ Calculatrices	199
Types d'items	200
▪ Items à choix multiple	200
▪ Items fermés à réponse construite	201
▪ Items ouverts à réponse construite	201
▪ Groupes ou unités d'items	202
▪ Guides de correction	202
▪ Codes à deux chiffres	203
▪ Structure générale de l'évaluation	204
Analyses et présentation des résultats.....	204
Développements potentiels du cadre d'évaluation pour les cycles d'évaluation OCDE/PISA à venir	205
▪ Résolution de problèmes dans le cadre d'un travail de groupe	205
▪ Administration informatisées des tests d'évaluation	206
Exemples supplémentaires	206
▪ Résolution de problèmes, unité 4 : PILES	207
▪ Résolution de problèmes, unité 5 : ROUAGES	211
▪ Résolution de problèmes, unité 6 : VENTE DE LIVRES	216



INTRODUCTION

La résolution de problèmes est un objectif éducatif central dans les curriculums de tous les pays. Les enseignants et les décideurs s'intéressent particulièrement à l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes dans des contextes de la vie réelle, c'est-à-dire comprendre les informations disponibles, y repérer les éléments pertinents et les relations qui les unissent, construire ou appliquer une représentation externe, résoudre le problème et, enfin, évaluer, justifier et communiquer leurs solutions. Les processus intervenant dans la résolution de problèmes – tels qu'ils sont définis ici – se retrouvent dans l'ensemble des matières enseignées : les mathématiques, les sciences, les sciences humaines et les langues, pour n'en citer que quelques-unes. La résolution de problèmes est l'un des fondements nécessaires pour continuer à apprendre, participer réellement à la vie de la société et mener des activités personnelles.

Bien que la résolution de problèmes soit une activité à laquelle les êtres humains se livrent en permanence, il n'est guère aisé de concevoir un cadre conceptuel qui en décrit les composantes, ni de créer des instruments de mesure de la performance des élèves dans ce domaine. Plusieurs auteurs signalent l'absence d'une définition de la résolution de problèmes qui soit exhaustive et sur laquelle un consensus aurait été établi (par exemple Frensch et Funke, 1995, et O'Neil, 1999). Il existe pourtant une abondante littérature sur l'apprentissage et sur des thèmes connexes (Bransford, Brown et Cocking, 1999, et PEG, 2001), où l'on discute de résolution de problèmes, souvent, il est vrai, sans donner de définition explicite de ce concept en contexte.

Le programme d'évaluation OCDE/PISA a pour objet de développer, de mettre en oeuvre et d'interpréter des enquêtes internationales sur les compétences des élèves. Il se propose de suivre au fil du temps l'évolution des niveaux de compétence des élèves dans un certain nombre de domaines et d'en rendre compte. L'accent n'est cependant pas mis sur les connaissances scolaires des élèves, mais sur les savoir-faire que les élèves peuvent exploiter dans des situations de la vie courante faisant appel à leurs connaissances et à leurs compétences en lecture, en mathématiques et en sciences. Le cycle d'évaluation OCDE/PISA 2003 recueillera des données sur la performance des élèves dans ces domaines de compétence, ainsi que sur leurs compétences transdisciplinaires en matière de résolution de problèmes.

CONTEXTE

Lors de la préparation du présent cadre d'évaluation, nous avons effectué un inventaire des programmes de recherche existants ayant pour but d'évaluer la capacité des élèves à résoudre des problèmes dans des contextes inédits. Plusieurs de ces études ont retenu notre attention parce qu'elles proposaient des résultats intéressants ou appliquaient des formes d'évaluation novatrices. Citons, en particulier :

- le *clinical reasoning test* (test de raisonnement clinique) fondé sur des études de cas dans le cadre d'une prise en charge de patients (Boshuizen *et al.*, 1997) ;



- l'*overall-test* (test global) portant sur des processus authentiques de prise de décision complexe dans le cadre d'études commerciales (Seger, 1997) ;
- le *what if – test* (test de simulation) qui s'intéresse aux connaissances intuitives utilisées lorsqu'on examine des simulations de phénomènes scientifiques (Swaak et de Jong, 1996).

Nous avons également procédé à un inventaire plus général de la littérature, qui a permis de repérer une série d'initiatives intéressantes. Par exemple, il existe au sein des mathématiques une longue tradition de recherche dans le domaine du raisonnement et de l'apprentissage orientés vers la résolution de problèmes (Hiebert *et al.*, 1996, et Schoenfeld, 1992) et des stratégies d'évaluation qui s'y rapportent (Charles, Lester et O'Daffer, 1987, et Dossey, Mullis et Jones, 1993). En psychologie, certaines études se penchent sur l'importance des connaissances des élèves en matière de raisonnement inductif (Csapó, 1997) ou de raisonnement analogique (Vosniadou et Ortony, 1989). Klieme (1989) discute de l'évaluation de la résolution de problèmes en proposant une perspective qui intègre les aspects relevant de l'éducation, de la psychologie cognitive et de la psychométrie. Collis, Romberg et Jurdak (1986) ont élaboré un test de résolution de problèmes composé de « super items », dont chacun est constitué d'une série de questions enchaînant des niveaux successifs de complexité cognitive. Un autre thème de recherches a porté sur la différenciation des niveaux de complexité des tâches. Ces études se fondent pour la plupart sur les travaux précurseurs de Bloom, Hasting et Madaus (1971). D'autres efforts prometteurs sont notamment ceux dont témoignent les épreuves de performance TIMSS (Robitaille et Garden, 1996), et les divers cadres d'évaluation PISA (OCDE, 1999 & 2000).

Depuis quelques années, un intérêt croissant a été porté à l'idée d'évaluer la résolution de problèmes comme une compétence transdisciplinaire. Cependant, les synthèses disponibles sur l'évaluation de la résolution de problèmes (Klieme, 2000, et Mayer, 1992) ne font état d'aucun cadre conceptuel susceptible de fonder ce type particulier d'évaluation. Au cours des cinq dernières années, plusieurs initiatives ont été menées pour intégrer la résolution de quelques problèmes transdisciplinaires dans des évaluations à large échelle. Trier et Peschar, dans le cadre du Réseau A de l'OCDE (1995), ont conduit une étude de faisabilité sur l'évaluation de quatre grandes compétences transdisciplinaires, incluant la résolution de problèmes. Leur épreuve-pilote a été une tâche de planification, qui demandait aux répondants de rédiger un texte afin d'organiser une excursion pour un club de jeunes. L'épreuve a permis de recueillir des données, mais les réponses d'élèves se sont avérées difficiles à coder.

Frensch et Funke (1995) ont, de manière indépendante, conçu plusieurs variantes expérimentales de tests de planification, tandis que Klieme *et al.* (sous presse) ont élaboré un test à choix multiple sur la compétence en matière de résolution de problèmes dans le cadre d'une évaluation à large échelle organisé dans un des *länder* allemands. Dans cette évaluation, la tâche de planification est décomposée en étapes (clarifier les objectifs, collecter des informations,



planifier le projet, prendre des décisions, mettre en œuvre le projet et évaluer les résultats). Une série d'items sont associés à chacune des étapes. Les items demandent aux répondants, par exemple, de juger de la cohérence des objectifs, d'analyser des cartes, des horaires et d'autres documents, de réfléchir à l'ordre des activités, de déceler d'éventuelles erreurs dans l'exécution du projet ou de se livrer à d'autres opérations de résolution de problème. Les responsables de l'enquête ISA (*Enquête internationale sur les Adultes / International Study of Adults*), qui prend la suite de ALLS (*Enquête sur les compétences pour la vie / International Adult Literacy and Life Skills Survey*) étudient actuellement la possibilité d'adopter une approche similaire pour mesurer les compétences des élèves en matière de résolution de problèmes (Binkley *et al.*, 1999).

Lors de PISA 2000, dans le cadre d'une option nationale allemande impliquant 650 élèves de 15 ans, une série de huit épreuves de résolution de problèmes transdisciplinaires ont été mises en œuvre et validées (Klieme, 2000). La visée de ce projet était de tirer de la recherche cognitive fondamentale sur la résolution de problèmes autant d'enseignements que possible pour étayer le développement et la validation de nouveaux instruments. Les résultats de cette étude ont permis d'établir que les instruments papier-crayon aussi bien qu'informatiques étaient utilisables dans l'évaluation des compétences de résolution de problèmes transdisciplinaires. Il ressort notamment de cette étude :

- qu'il est possible de distinguer les compétences transdisciplinaires de résolution de problèmes des compétences liées à des matières (la culture mathématique, la culture scientifique et la compréhension de l'écrit) ;
- que plusieurs indicateurs relatifs à des compétences analytiques, notamment l'épreuve de la « pompe de vélo » mise au point par Harry O'Neill (1999), la démarche « par projet » et un test comportant des épreuves de transfert de type analogique saturent un même facteur.

L'objectif du cadre d'évaluation en résolution de problèmes de PISA a été de développer les prototypes conçus dans ces programmes de recherche et ces études de faisabilité, pour préparer un modèle exploitable dans une évaluation à grande échelle lors du cycle OCDE/PISA 2003.

DÉFINITION DU DOMAINE

Dans ses travaux sur l'évaluation des compétences de résolution de problèmes, Richard Mayer (1992) souligne que les concepteurs d'évaluations doivent faire en sorte que le répondant :

- s'engage dans des processus de réflexion (ou cognitifs) d'ordre supérieur, dans le but de parvenir à résoudre des tâches réalistes et authentiques qui nécessitent l'intégration de compétences ;
- soit confronté à des problèmes inédits, qui lui demandent d'inventer une stratégie de solution originale.



L'évaluation des compétences en matière de résolution de problèmes doit inclure des épreuves inédites qui tirent parti de connaissances préalables, qui chevauchent les disciplines et qui imposent aux répondants d'intégrer des concepts, des représentations et des processus.

La plupart des chercheurs travaillant sur la résolution de problèmes, quelle que soit leur conception du domaine ou leur démarche (théorique ou pratique), s'accordent à reconnaître que décrire la résolution de problèmes telle qu'elle est pratiquée par les élèves revient avant tout à décrire les actes cognitifs auxquels ils se livrent lorsqu'ils appréhendent et résolvent des problèmes et rendent compte des solutions. En conséquence, la définition suivante de la résolution de problèmes a été adoptée pour le cycle d'évaluation PISA 2003 :

La résolution de problèmes renvoie à la capacité d'un individu de mettre en œuvre des processus cognitifs pour affronter et résoudre des problèmes posés dans des situations réelles, transdisciplinaires, dans des cas où le cheminement amenant à la solution n'est pas immédiatement évident et où les domaines de compétence ou les matières auxquels il peut être fait appel ne relèvent pas exclusivement d'un seul champ lié aux mathématiques, aux sciences ou à la compréhension de l'écrit.

Plusieurs des termes utilisés dans cette définition nécessitent une explication supplémentaire :

... des processus cognitifs ...

Cet aspect de la résolution de problèmes fait référence aux diverses composantes de l'acte de résolution proprement dit et aux processus cognitifs sous-jacents, notamment les processus de compréhension, de caractérisation, de représentation, de résolution, de réflexion et de communication. Ces processus sont décrits de manière plus détaillée dans la section suivante.

... transdisciplinaires ...

Jusqu'ici, les évaluations OCDE/PISA ont abordé la résolution de problèmes au sein de chaque domaine. Les cadres d'évaluation de la compréhension de l'écrit, de la culture mathématique et de la culture scientifique traitent de l'évaluation des compétences de résolution de problèmes dans chacun de ces domaines. L'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes élargit le champ d'étude de ces compétences et propose un plus grand éventail de questions, qui chevauchent les matières traditionnelles.

... réelles ...

La définition adoptée ici met l'accent sur la résolution de problèmes qui s'inscrivent dans la vie réelle. Les problèmes de ce type imposent aux individus de combiner des connaissances et des stratégies pour faire face à un problème aisément identifiable comme relevant de situations de la vie réelle et pour le résoudre. Ces problèmes exigent de la part du sujet qu'il passe d'une représentation à une autre, différente mais parfois liée à la première, et qu'il



manifeste une certaine souplesse dans sa façon d'identifier les connaissances à mettre en œuvre et de les exploiter. Il s'agit de problèmes où l'élève doit prendre des décisions qui ont des implications visibles et directes pour les personnes concernées et les communiquer à autrui.

ORGANISATION DU DOMAINE

La définition de la résolution de problèmes qui a été adoptée par le programme OCDE/PISA impose que les tâches s'articulent autour de connaissances et stratégies spécifiques aux contextes ou domaines. En conséquence, il importe de sélectionner avec le plus grand soin les contextes, les domaines et les situations dans lesquels les compétences de résolution de problèmes seront évaluées. Les éléments suivants doivent être pris en considération :

- *les types de problèmes.* L'adoption d'une définition générale de la résolution de problèmes reviendrait à opter pour un large spectre de types de problèmes. Dans le cadre de l'évaluation PISA 2003, trois types de problèmes ont été retenus : *prise de décision*, *conception et analyse de systèmes* et, enfin, *traitement de dysfonctionnements*. Une description détaillée de ces trois types de problèmes est fournie dans la section suivante. Ils couvrent la plupart des processus de résolution de problèmes qui ont pu être identifiés jusqu'ici. Cependant, l'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes ne couvre pas certains types, par exemple les problèmes à caractère interpersonnel et les analyses de texte d'ordre argumentatif ;
- *le contexte du problème.* Cette composante se rapporte à la manière dont les problèmes posés se situent par rapport à l'expérience des élèves en matière de résolution de problèmes. En particulier, on s'efforcera d'établir une certaine distance entre les contextes retenus et le cadre scolaire ou le curriculum suivi par les élèves. Les problèmes de PISA 2003 devront donc s'inscrire dans des contextes relevant de la vie personnelle, du travail et des loisirs et, enfin, de la communauté et de la société. Ces contextes forment un continuum qui va de la sphère personnelle à la conscience citoyenne, faisant appel à des aspects tant scolaires que non scolaires ;
- *les disciplines mises en œuvre.* Afin de refléter l'accent mis par PISA sur la résolution de problèmes de la vie réelle, ce volet de l'évaluation couvrira un large éventail de disciplines, parmi lesquelles les mathématiques, les sciences, la littérature, les sciences sociales, la technologie, l'économie. La résolution de problèmes vient donc compléter les domaines centraux de l'évaluation OCDE/PISA (culture mathématique, culture scientifique et compréhension de l'écrit). Les compétences et les connaissances mises en œuvre dans les tâches de résolution de problèmes ne se limiteront pas à un seul de ces domaines, pour éviter un éventuel double emploi ;
- *les processus de résolution de problèmes.* Dans quelle mesure l'élève est-il capable de faire face à un problème donné, et d'en entreprendre la résolution ? À quoi pourra-t-on reconnaître que l'élève a compris la nature du problème, qu'il est à même de le caractériser en identifiant des variables et des relations,



de choisir et d'ajuster des représentations en fonction de ce problème, de progresser vers la solution, de réfléchir sur son travail et, enfin, de communiquer ses résultats ?

- **les capacités de raisonnement.** Tous ces processus font appel non seulement à la base de connaissances de l'élève, mais aussi à ses capacités de raisonnement. Par exemple, pour comprendre la situation-problème, il se peut que l'élève ait à établir une distinction entre faits et opinions. Pour formuler une solution, il aura à identifier des relations entre diverses variables. Pour choisir une stratégie, il devra prendre en considération des causes et des effets. Pour communiquer ses résultats, il faudra enfin qu'il organise de manière logique divers éléments d'information. Ces activités nécessitent souvent des capacités de raisonnement analytique, quantitatif, analogique et combinatoire. Ces capacités de raisonnement sont au cœur du savoir-faire en matière de résolution de problèmes.

Encadré 4.1 ■ Définition des divers types de raisonnement

Le *raisonnement analytique* se caractérise par des situations où l'apprenant doit appliquer des principes dérivés de la logique formelle pour déterminer des conditions nécessaires et suffisantes, ou pour déterminer si l'ensemble des contraintes et des conditions qui constituent l'énoncé du problème impliquent une relation de causalité.

Le *raisonnement quantitatif* se caractérise par des situations où, pour résoudre le problème, l'apprenant doit appliquer des propriétés et des procédures ayant trait à la notion de nombre et aux opérations sur les nombres venant de la discipline mathématique.

Le *raisonnement analogique* se caractérise par des situations où l'apprenant doit résoudre un problème dont le contexte est voisin de celui d'un problème qui lui est familier, ou dont les éléments de base sont ceux d'un problème qu'il a déjà résolu auparavant. Les paramètres ou le contexte fournis par le nouvel énoncé ont été modifiés, mais les composantes essentielles ou le mécanisme causal sont les mêmes. L'élève doit pouvoir résoudre le nouveau problème en l'interprétant à l'aide de l'expérience dont il a déjà bénéficié dans une situation analogue.

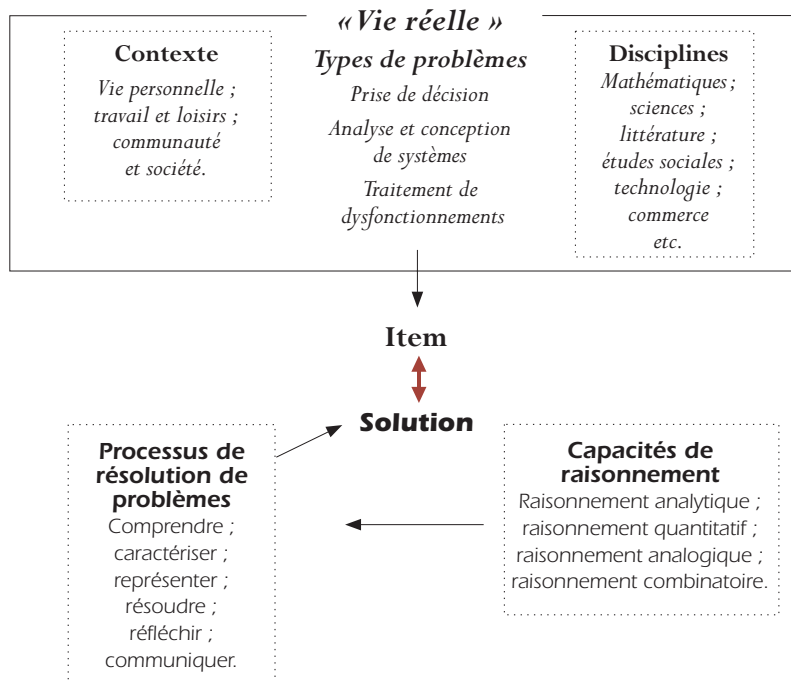
Le *raisonnement combinatoire* se caractérise par des situations où l'apprenant doit prendre en considération de nombreux facteurs ainsi que les diverses combinaisons possibles de ces facteurs ; il doit évaluer chacune de ces combinaisons particulières par rapport à une contrainte objective donnée, et à partir de là, choisir une des combinaisons ou leur attribuer un ordre de priorité.



L'activité consistant à résoudre des problèmes est donc une combinaison de nombreux processus cognitifs différents qui se conjuguent pour atteindre un objectif auquel il n'est pas possible (ou ne paraît pas possible à première vue) de parvenir par la simple mise en œuvre de procédures, de processus routiniers ou d'algorithmes appartenant à une seule discipline et déjà appris par le passé. Le savoir-faire en matière de résolution de problèmes peut être défini comme la capacité de l'élève à produire et à gérer un certain nombre de processus dans une série de tâches et de situations. L'évaluation de ce savoir-faire passe donc par l'identification des processus mis en œuvre dans un large éventail de situations et de disciplines et par la description – et, autant que possible, la quantification – de la qualité des résultats du travail de l'élève.

La figure 4.1. présente les composantes de l'évaluation de la résolution de problèmes de PISA 2003. Ce schéma montre les relations existant entre les connaissances contextuelles, les acquis scolaires dans divers domaines et les compétences liées à des disciplines spécifiques et à la résolution de problèmes proprement dite.

Figure 4.1 ■ Schéma des principales composantes du cadre d'évaluation des compétences en résolution de problèmes



Types de problèmes

Pour l'évaluation des compétences transdisciplinaires de résolution de problèmes qui sera réalisée lors de PISA 2003, il a été décidé de se limiter aux compétences des élèves dans trois grands domaines, ou « types de problèmes » : la prise de décision, l'analyse et la conception de systèmes et le traitement de dysfonctionnements.



Ces trois types de problèmes correspondent à des structures génériques de résolution de problèmes permettant de cerner des aspects importants du raisonnement analytique mis en œuvre dans la vie de tous les jours, qui est la dimension visée par le programme d'évaluation. Ils offrent une alternative à la répartition de l'évaluation par domaines de contenu (compréhension de l'écrit, culture mathématique et culture scientifique). Dans ces évaluations, il existe un domaine de connaissances bien défini permettant de donner un cadre à l'évaluation. Lorsqu'on évalue la résolution de problèmes, l'accent est mis sur les processus, plutôt que sur la connaissance de la matière. On ne peut cependant évaluer des processus s'ils ne sont pas liés à l'une ou l'autre forme de structure. Les trois types de problèmes fournissent les structures génériques nécessaires pour évaluer les processus souhaités en matière de résolution de problèmes.

Prise de décision

Les problèmes de *prise de décision* imposent à l'élève de comprendre une situation comportant un certain nombre d'alternatives et de contraintes et de prendre une décision répondant à ces contraintes. Ainsi, dans le problème n° 1, « Dites non à la douleur », l'élève doit prendre une décision sur l'antidouleur qui convient le mieux, en tenant compte de l'âge et des symptômes du patient et d'autres considérations médicales.

Dans les tâches de *prise de décision* comme celle proposée dans cet exemple, il est généralement demandé à l'élève de comprendre les informations fournies ainsi que l'objet de la question, d'identifier les éléments pertinents ou les contraintes à respecter, de produire une représentation du problème ou des alternatives, de prendre une décision répondant aux contraintes, de vérifier si cette solution satisfait effectivement les contraintes en question et, enfin, d'évaluer, de communiquer ou de justifier la décision prise. Dans les tâches de ce type, l'élève doit choisir une option parmi celles qui lui sont proposées. Pour ce faire, il doit généralement combiner des informations en provenance de plusieurs sources (raisonnement combinatoire) avant de sélectionner la meilleure solution.

Plus les problèmes de *prise de décision* sont complexes, plus ils sont difficiles à résoudre. Ainsi, la décision d'acheter une voiture est plus difficile à prendre lorsque les informations à prendre en compte sont nombreuses, lorsque ces informations impliquent un certain nombre de représentations qui doivent être reliées entre elles ou lorsqu'un grand nombre de critères contraignants doivent être respectés. Certains élèves peuvent être capables de mener à bien des tâches de ce type lorsqu'elles sont relativement simples, mais se révéler incapables d'en venir à bout lorsqu'elles deviennent plus complexes.

Lorsqu'une tâche de *prise de décision* est très complexe, il peut s'avérer utile de faire appel à des représentations externes. Dans le problème n° 1, « Dites non à la douleur », une telle représentation est déjà construite et proposée sous forme de tableau. Dans d'autres tâches de *prise de décision*, l'élève sera appelé à produire lui-même une représentation, sous forme de tableau, de diagramme,



de graphique, etc. La capacité qu'a l'élève de construire des représentations pertinentes ou celle d'appliquer une représentation qui lui est donnée (par exemple représenter ou interpréter un graphique) constituent des composantes de son aptitude à accomplir des tâches de prise de décision. Une fois que l'élève a construit ou appliqué la représentation, il lui reste à sélectionner, à relier et à comparer les informations mises en forme dans cette représentation, et à choisir la meilleure option.

Résolution de problèmes, unité 1

DITES « NON » À LA DOULEUR

Ce n'est pas facile de choisir l'antidouleur qui convient pour soulager des douleurs passagères, tant il y a de marques différentes qui se vantent toutes d'être les plus indiquées.

L'association « Soins Médicaux » fournit les informations suivantes à propos de quatre médicaments antidouleur différents.



Nom du médicament antidouleur	Description	Sert à soulager les symptômes suivants	Dosage	Précautions
Aquaspirine	Cachet d'aspirine soluble à 100%. Idéal pour les personnes qui n'arrivent pas à avaler des comprimés.	Maux de tête ; douleurs musculaires ; maux de dents ; maux de dos ; gorge irritée ; Calme l'inflammation et la fièvre.	Adultes et enfants de plus de 12 ans : un à deux cachets dissous dans un demi-verre d'eau toutes les quatre heures selon les besoins. Pas plus de 8 cachets par 24 heures. Enfants de moins de 12 ans : ne pas donner d'Aquaspirine aux enfants de moins de 12 ans.	La prise prolongée de ce médicament peut être dangereuse. Ne convient pas aux personnes qui suivent un régime alimentaire pauvre en sel.
Paracem	100 % paracétamol. Convient pour les mères qui allaitent et les asthmatiques. Ne provoque pas de brûlures d'estomac comme l'aspirine.	Maux de tête ; maux de dos ; maux de dents ; douleurs musculaires ; arthrite. Fait baisser la fièvre.	Adultes et enfants de plus de 12 ans : un à deux cachets toutes les quatre heures selon les besoins. Enfants de moins de 12 ans : entre un demi-cachet et un cachet toutes les quatre heures selon les besoins.	La prise prolongée de ce médicament peut être dangereuse.
NoAx	Chaque cachet contient 25 mg de potassium de diclofénac. Indiqué pour soulager des douleurs aiguës et des inflammations. Agit généralement 15 à 30 minutes après la prise.	Ecchymoses ; maux de cou ; maux de dos ; entorses et foulures ; migraines ; douleurs post-opératoires.	Adultes et enfants de plus de 14 ans : 1 à 2 cachets toutes les 8 heures. Pas plus de 6 cachets par jour. Enfants de 14 ans ou moins : les enfants de 14 ans ou moins ne peuvent prendre de NoAx.	Ne pas prendre NoAx à jeun. Consultez votre médecin si vous souffrez d'asthme ou si vous prenez d'autres médicaments. Effets secondaires possibles : vertiges, gonflement des pieds.
Reliefen	Chaque comprimé contient 200 mg d'ibuprofène. Il est moins agressif pour l'estomac que l'aspirine.	Maux de tête ; douleurs musculaires et rhumatismales ; maux de dents ; états grippaux ; maux de dos. Calme les inflammations et la fièvre.	Adultes et enfants de plus de 12 ans : 1 à 2 comprimés toutes les 4 à 6 heures. Pas plus de six comprimés par 24 heures. Enfants de 12 ans et moins : Reliefen ne peut être administré aux enfants de 12 ans et moins.	Veuillez consulter votre médecin avant de prendre du Reliefen si vous souffrez d'asthme ou de troubles rénaux, si vous êtes allergique à l'aspirine ou durant une grossesse.



Résolution de problèmes, exemple 1.1

En vous fondant sur les informations fournies, classez les quatre médicaments antidouleur du plus faible au plus fort (écrivez les chiffres de 1 à 4 dans les cases. Le chiffre 4 doit correspondre au médicament le plus fort).

- ☐ Aquaspirine
- ☐ Paracem
- ☐ NoAx
- ☐ Reliefen

Consignes de correction pour l'exemple 1.1 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses mentionnant, dans l'ordre : 2, 1, 4, 3.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Résolution de problèmes, exemple 1.2

Identifiez deux médicaments antidouleur qui risquent de provoquer davantage de brûlures d'estomac que les deux autres.

- A. Aquaspirine
- B. Paracem
- C. NoAx
- D. Reliefen

Consignes de correction pour l'exemple 1.2 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses indiquant que les deux antidouleur les plus susceptibles de provoquer des brûlures d'estomac sont A et C.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Résolution de problèmes, exemple 1.3

La mère de Michael a pris des comprimés de Reliefen parce qu'elle avait un rhume et qu'elle avait mal à la tête. Elle a pris deux comprimés à 8 heures, un comprimé à 13 heures et deux comprimés à 18 heures. Avant de se coucher à 23 heures, combien de comprimés peut-elle prendre, tout en respectant le dosage prescrit ?

Consignes de correction pour l'exemple 1.3 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses mentionnant « un comprimé », pour que le total ne dépasse pas six comprimés en 24 heures.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Résolution de problèmes, exemple 1.4

Choisissez le médicament antidouleur qui convient le mieux à chacun des patients ci-dessous, en vous servant des informations données.

Patient	Entourez l'antidouleur le plus approprié
Emma, une fillette de 10 ans, qui a un rhume et de la fièvre.	Aquaspirine / Paracem / NoAx / Reliefen
Georges, un garçon asthmatique de 13 ans, qui souffre d'une entorse à la cheville. Il a besoin d'un médicament qui soulage la douleur et calme l'inflammation.	Aquaspirine / Paracem / NoAx / Reliefen
William, un conducteur d'engin de 45 ans, qui a besoin d'un antidouleur de longue durée, qu'il puisse prendre quotidiennement, pour soulager son mal de dos.	Aquaspirine / Paracem / NoAx / Reliefen
Susanne, une mère de famille qui allaite son bébé, et qui a mal à la tête.	Aquaspirine / Paracem / NoAx / Reliefen

Consignes de correction pour l'exemple 1.4 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses mentionnant, dans l'ordre : Paracem, Aquaspirin, Reliefen, Paracem.

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Une fois sa décision prise, l'élève doit pouvoir l'évaluer, la justifier et la communiquer à des tiers. La capacité de justifier et de communiquer la solution d'un problème est un aspect important du savoir-faire des élèves en matière de *prise de décision*.

En résumé, les tâches de *prise de décision* demandent aux élèves de comprendre les informations données, d'identifier les contraintes et les options pertinentes, de construire ou d'appliquer des représentations externes, de sélectionner la meilleure option parmi celles qui sont proposées et, enfin, d'évaluer, de justifier et de communiquer la décision.

Analyse et conception de systèmes

Dans les problèmes d'*analyse et de conception de systèmes*, il est demandé aux élèves d'analyser une situation complexe pour comprendre sa logique et/ou



de concevoir un système opérationnel qui atteint certains objectifs, en fonction des informations disponibles sur les relations entre les éléments du contexte du problème. Ainsi, dans le problème n° 2, « Gestion des ventes de CD », l'élève doit analyser un système d'enregistrement pour faciliter la gestion des ventes de CD dans un magasin de disques.

Les problèmes appartenant à ce domaine se distinguent de ceux de *prise de décision* à deux égards au moins : i) il est demandé aux élèves d'analyser un système ou de concevoir une solution pour résoudre un problème, et non de choisir une option parmi celles proposées ; ii) les situations décrites ont généralement trait à des systèmes complexes de variables corrélées, où une variable en influence d'autres, et où les solutions ne sont pas toujours tranchées. En d'autres termes, les problèmes d'*analyse et de conception de systèmes* se distinguent par la nature dynamique des relations entre les variables qu'ils mettent en jeu et par l'éventuel caractère non-unique des solutions qu'ils appellent. Les problèmes de ce type s'inscrivent souvent dans des disciplines telles que les sciences économiques ou environnementales. Par comparaison, dans les problèmes de *prise de décision*, les variables n'interagissent habituellement pas d'une manière aussi complexe, les contraintes sont mieux définies et les décisions sont plus faciles à justifier.

Les tâches d'*analyse et de conception de systèmes* demandent généralement aux élèves d'identifier des variables qui sont en relation les unes avec les autres et de découvrir comment elles vont interagir. Pour résoudre ces problèmes, les élèves doivent être capables d'analyser des situations complexes et de déterminer les relations qui définissent les systèmes, ou de concevoir un système qui respecte les relations données et qui atteint les objectifs voulus. L'évaluation, la justification et la communication de la solution font également partie intégrante du processus de résolution.

Comme on a vu que c'était déjà le cas pour les problèmes de *prise de décision*, la complexité est un facteur qui affecte la difficulté des problèmes d'*analyse et de conception de systèmes*. Plus la situation est compliquée (c'est-à-dire, plus les variables sont nombreuses et plus leurs interactions sont complexes), plus la résolution du problème est difficile. La construction d'une représentation ou l'application d'une représentation donnée ou connue est une étape nécessaire au cours de la résolution du problème.

Ainsi, dans le problème n° 2, « Gestion des Ventes de CD », il est demandé à l'élève d'identifier les variables qui sont pertinentes pour la vente de CD et d'analyser les relations existant entre elles pour trouver la meilleure manière d'organiser les informations. Cet exemple illustre aussi le cas où l'élève doit mettre au point des méthodes de recherche d'informations, en faisant appel à ses compétences de raisonnement logique.



Résolution de problèmes, unité 2

GESTION DES VENTES DE CD



Le magasin de disques Mélodie élabore un système pour enregistrer ses ventes de CD. La direction du magasin a préparé deux fiches d'enregistrement sur ordinateur. Les voici :

Fiche d'enregistrement 1 : Caractéristiques de chaque CD (une ligne par CD)

N° de série du CD	Titre du CD	Maison de disques
14339	Carnaval de printemps	NAXA
10292	Tubes des années 90	FineStudio
00551	Arias pour amoureux de opéra	DigiRec

Fiche d'enregistrement 2 : Caractéristiques de chaque piste de CD (une ligne par piste)

N° de série du CD	N° de la piste	Titre de la piste
14339	1	Fièvre printanière
14339	2	L'arrivée du printemps
14339	3	Rythme nocturne
10292	1	Discothèque

Résolution de problèmes, exemple 2.1

Sur quelle fiche d'enregistrement (1 ou 2) faut-il ajouter les caractéristiques suivantes ?

CARACTÉRISTIQUE	EXEMPLE DE DONNÉES	ENTOUREZ « FICHE D'ENREGISTREMENT 1 » OU « FICHE D'ENREGISTREMENT 2 »
Artiste/Groupe Orchestre	Faye Weber; Orchestre philharmonique de Berlin	Fiche d'enregistrement 1 / Fiche d'enregistrement 2
Prix du CD	15 zeds; 25 zeds pour un double	Fiche d'enregistrement 1 / Fiche d'enregistrement 2
État du stock	En commande ; En stock	Fiche d'enregistrement 1 / Fiche d'enregistrement 2
Compositeur	Warren Jones; Li Yuan	Fiche d'enregistrement 1 / Fiche d'enregistrement 2

**Consignes de correction pour l'exemple 2.1 de Résolution de problèmes**

Crédit complet

Code 1 : Réponses mentionnant, dans l'ordre : Fiche d'enregistrement 2, Fiche d'enregistrement 1, Fiche d'enregistrement 1, Fiche d'enregistrement 2.

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Résolution de problèmes, exemple 2.2

Ajoutez **deux** caractéristiques sur la fiche d'enregistrement 1 et **deux** caractéristiques sur la fiche d'enregistrement 2, et donnez pour chacune des exemples de données. N'ajoutez pas des caractéristiques qui ont déjà été mentionnées.

Consignes de correction pour l'exemple 2.2 de Résolution de problèmes

Liste de caractéristiques pour la fiche d'enregistrement 1 :

- Copyright et année de publication du CD, par exemple : « ©1998 ».
- Durée du CD, par exemple : « 78 minutes ».
- Catégorie de CD : musique classique, variétés, avant-garde.

Liste de caractéristiques pour la fiche d'enregistrement 2 :

- Durée de la piste(plage), par exemple : « 5' 32 ».
- Année et lieu d'enregistrement, par exemple : « Mars 1998, Prague ».
- Parolier, par exemple : « Sharon Green ».

Crédit complet

Code 2 : Réponses mentionnant :

- Deux des caractéristiques de la liste concernant la fiche d'enregistrement 1.
- ET
- Deux des caractéristiques de la liste concernant la fiche d'enregistrement 2.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses incomplètes, par exemple celles qui :

- Ne mentionnent que deux caractéristiques pour la fiche d'enregistrement 1.
- OU
- Ne mentionnent que deux caractéristiques pour la fiche d'enregistrement 2.



OU

- Mentionnent une caractéristique pour la fiche d'enregistrement 1 et une pour la fiche d'enregistrement 2.

OU

- Mentionnent deux caractéristiques pour chaque fiche d'enregistrement, mais sans qu'elles soient accompagnées d'exemples.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Résolution de problèmes, exemple 2.3

Le système d'enregistrement permet aux utilisateurs de rechercher des CD particuliers. Les exemples suivants montrent comment il faut formuler les commandes de recherche en utilisant des parenthèses () et les mots clés « ET » et « OU ».

- (1) Pour trouver tous les CD de moins de 15 zeds contenant des enregistrements de la chanteuse Irena Émile, il faut écrire la commande suivante :
(Prix<15) ET (Artiste=Irena Émile).
- (2) Pour trouver tous les CD contenant des enregistrements de la cinquième Symphonie de Beethoven exécutée par l'Orchestre de Boston ou de Chicago, il faut écrire la commande suivante :
(Nom de la piste=Cinquième Symphonie de Beethoven) ET (orchestre=Boston OU Chicago).

Écrivez une commande pour trouver tous les CD produits par les maisons de disques NAXA ou DigiRec qui contiennent l'enregistrement de la chanson « J'ai rêvé la nuit dernière ».

Consignes de correction pour l'exemple 2.3 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses indiquant :

(Nom de la piste=J'ai rêvé la nuit dernière) ET (Maison de disques=NAXA OU DigiRec).

Il y a lieu de souligner que l'accent est mis sur la position de « ET », de « OU » et des parenthèses. Les textes et l'ordre des parenthèses ne sont pas importants. La formulation exacte des mots clés tels que « Maison de disques » ou « Piste » n'est pas importante. Il faut donc accepter « Titre » pour « Nom de la piste », « Producteur » pour « Maison de disques », etc.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.



Dans les problèmes d'*analyse et de conception de systèmes*, l'évaluation, la justification et la communication d'une solution constituent une étape très importante du processus de résolution, dans la mesure où, généralement, la solution n'est pas unique et ne coule pas de source ; en outre, chacune des solutions peut présenter des avantages et des inconvénients.

En résumé, les tâches d'*analyse et de conception de systèmes* demandent généralement à l'élève de comprendre les relations complexes existant entre une série de variables interdépendantes, d'identifier leurs caractéristiques essentielles, d'appliquer une représentation donnée ou d'en produire une, et d'analyser une situation complexe ou de concevoir un système permettant d'atteindre certains objectifs. Cela demande également à l'élève de vérifier et d'évaluer son travail à mesure qu'il effectue les différentes étapes d'analyse et de conception.

Traiter un dysfonctionnement

Les problèmes de *traitement d'un dysfonctionnement* demandent à l'élève de comprendre les caractéristiques principales d'un système et de diagnostiquer une défaillance ou un mauvais fonctionnement du mécanisme ou du système. Par exemple, dans le problème n° 3, « Pompe de vélo », Jeanne doit découvrir pourquoi sa pompe de vélo n'expulse pas d'air. Elle a actionné le piston de la pompe à plusieurs reprises sans réussir à gonfler son pneu. Elle ne parviendra à poser un diagnostic que si elle comprend comment la pompe fonctionne et, plus particulièrement, comment les mouvements des soupapes intérieure et extérieure et du piston s'enchaînent pour pulser de l'air dans le pneu de la bicyclette auquel la pompe est reliée par un flexible.

Les tâches de *traitement d'un dysfonctionnement* se distinguent clairement des tâches de *prise de décision* et de celles d'*analyse et de conception de systèmes*. Pour les mener à bien, il n'est question ni de choisir la meilleure option parmi celles qui sont proposées, ni de concevoir un système qui respecte un ensemble de conditions données. En revanche, il faut comprendre la logique d'un mécanisme causal, comme le fonctionnement d'une procédure ou d'un système physique. À titre d'exemple, citons le cas d'un directeur d'un magasin qui doit découvrir les raisons pour lesquelles le volume de ses ventes diminue ou encore d'un programmeur à qui il est demandé de trouver une erreur dans un logiciel.

Malgré les différences de structure qui distinguent ces trois types de problèmes, l'élève engagé dans la résolution d'un problème de *traitement d'un dysfonctionnement* doit aussi comprendre comment fonctionne l'engin ou la procédure (c'est-à-dire comprendre le mécanisme), identifier les éléments qui sont essentiels pour diagnostiquer le problème qu'on lui demande de résoudre, créer ou appliquer des représentations pertinentes, poser un diagnostic, proposer une solution et, au besoin, mettre cette solution en œuvre.

Les représentations revêtent une importance particulière dans ces problèmes, car leur solution passe souvent par l'intégration d'informations verbales et graphiques. Dans le problème n° 3, « Pompe de vélo », par exemple, Jeanne



doit combiner ces deux types d'information pour parvenir à comprendre le mécanisme de la pompe. D'autres situations peuvent imposer aux élèves de créer une représentation graphique à partir d'une description verbale ou de décrire verbalement un schéma qui montre le fonctionnement d'un appareil. La capacité de passer de manière flexible d'une représentation à l'autre est un aspect important de la résolution de problèmes, souvent impliqué dans les problèmes de *traitement de dysfonctionnements*. Enfin, l'étape d'évaluation, de justification et de communication est aussi importante dans ce type de problèmes que dans les deux autres. Citons, par exemple, l'exemple 3.2, dans lequel il est demandé à l'élève de justifier ses réponses.

En résumé, les tâches de *traitement d'un dysfonctionnement* demandent à l'élève de poser un diagnostic, de proposer une solution et, dans certains cas, de mettre cette solution en œuvre. Elles imposent à l'élève de comprendre comment fonctionne une procédure ou un mécanisme, d'identifier les caractéristiques qui sont pertinentes pour la tâche à effectuer, et d'appliquer une représentation ou d'en élaborer une.

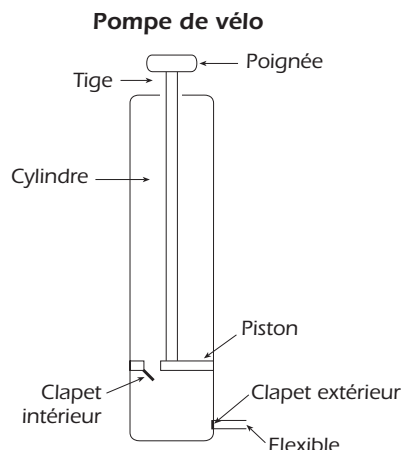


Résolution de problèmes, unité 3

POMPE DE VÉLO

Hier, Jeanne a eu des problèmes avec sa pompe de vélo. Elle a actionné le piston à plusieurs reprises, mais le flexible n'expulsait pas d'air du tout. Jeanne a décidé de découvrir pourquoi cela ne fonctionnait pas. Elle a donc regardé dans la boîte contenant la pompe et y a trouvé une fiche sur laquelle figuraient les informations suivantes.

Lorsque l'on tire sur la poignée du piston, de l'air entre par le clapet intérieur et remplit l'espace entre le piston et le clapet extérieur. Lorsque l'on repousse la poignée du piston, le clapet intérieur se ferme et le piston expulse l'air qui se trouve en dessous du piston à travers le clapet extérieur.



Résolution de problèmes, exemple 3.1

Expliquez comment le mouvement des clapets permet le fonctionnement de la pompe de vélo lorsque le piston est dans différentes positions.

Consignes de correction pour l'exemple 3.1 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 2 : Réponses décrivant ce qui se passe dans les deux sens du mouvement de la poignée du piston.

- Quand on enfonce la poignée du piston, le clapet intérieur se ferme et le clapet extérieur s'ouvre.

ET

- Quand on tire la poignée du piston, le clapet intérieur s'ouvre et le clapet extérieur se ferme.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses ne décrivant ce qui se passe que dans un sens du mouvement de la poignée du piston.

- Quand on enfonce la poignée du piston, le clapet intérieur se ferme et le clapet extérieur s'ouvre.

OU

- Quand on tire la poignée du piston, le clapet intérieur s'ouvre et le clapet extérieur se ferme.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Résolution de problèmes, exemple 3.2

Identifiez deux causes possibles, susceptibles d'expliquer pourquoi il n'y a pas d'air qui sort du flexible. Pour l'une et l'autre de ces réponses, donnez un argument montrant pourquoi cette explication est possible.

Consignes de correction pour l'exemple 3.2 de Résolution de problèmes

Raisons et explications possibles

- Le clapet intérieur est bloqué en position fermée. L'air ne peut donc pas pénétrer dans le cylindre situé sous le piston.
- Le clapet extérieur est bloqué en position fermée. Il empêche donc l'air de sortir par le flexible.
- Le piston est usé. Il n'y a donc pas de compression permettant d'expulser l'air par le flexible.
- Il y a une fuite dans la paroi du cylindre sous le piston, ce qui empêche la compression.
- Il y a une fuite dans le flexible, ce qui permet à l'air de s'échapper.
- L'air ne peut pénétrer dans le cylindre.

Crédit complet

Code 2 : Réponses qui fournissent DEUX raisons avec justification.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses qui ne fournissent qu'UNE raison avec justification.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Processus de résolution de problèmes

Pour élaborer un cadre conceptuel destiné à l'évaluation des compétences de résolution de problèmes, il est nécessaire d'établir une liste des processus mis en œuvre par les élèves dans leur travail. Ce n'est pas chose aisée, car les démarches mises en œuvre par divers individus pour résoudre un problème ne se ramènent pas à un canevas standard. Les processus proposés ci-dessous sont fondés sur l'analyse cognitive des trois types de problèmes décrits dans les paragraphes qui précèdent, et s'inspire des travaux sur le raisonnement et la résolution de problèmes menés par des spécialistes de la psychologie cognitive (notamment Mayer et Wittrock, 1996, Bransford *et al.*, 1999, Baxter et Glaser, 1997, Vosniadou et Ortony, 1989) ainsi que des travaux précurseurs de Polya (1945). Le modèle compte un certain nombre de processus qui constituent une



structure permettant d'étudier le travail des élèves et d'organiser les épreuves de résolution de problèmes à leur proposer. Il y a lieu de souligner qu'aucune hypothèse n'est avancée, ni sur la hiérarchie entre ces processus, ni même sur le fait que leur mise en œuvre soit indispensable pour la résolution d'un problème particulier. Lorsque des individus sont confrontés à des problèmes qu'ils structurent, représentent et résolvent en temps réel et d'une manière dynamique, il se peut fort bien qu'ils parviennent à la solution par un cheminement qui transcende la linéarité stricte du modèle proposé. En fait, la plupart des informations disponibles aujourd'hui sur le fonctionnement du système cognitif humain semblent conforter l'opinion qu'il s'agit d'un système de traitement de l'information de type parallèle, plutôt que linéaire.

- *Comprendre le problème.* Il s'agit ici des démarches effectuées par les élèves pour comprendre un texte, un diagramme, une formule ou un tableau et en tirer des inférences ; établir des liens entre des informations provenant de plusieurs sources ; manifester leur compréhension des concepts pertinents ; et exploiter leurs connaissances antérieures pour comprendre les informations qui leur sont soumises.
- *Caractériser le problème.* Il s'agit ici des démarches effectuées par les élèves pour identifier les variables du problème et leurs relations ; distinguer les variables pertinentes de celles qui ne le sont pas ; construire des hypothèses ; trouver, organiser, étudier et évaluer de manière critique les informations contextuelles.
- *Représenter le problème.* Il s'agit ici des démarches effectuées par les élèves pour construire des représentations (tableaux, graphiques, symboles, textes) ; ou pour se servir d'une représentation externe qui leur est fournie, en l'appliquant à la solution du problème ; ou pour passer d'un type de représentation à un autre.
- *Résoudre le problème.* Il s'agit ici des démarches effectuées par les élèves pour prendre une décision (dans le cas des problèmes de *prise de décision*) ; pour analyser ou concevoir un système permettant d'atteindre certains objectifs (dans le cas des problèmes d'*analyse et de conception de systèmes*) ; pour diagnostiquer une défaillance et proposer une solution (dans le cas des problèmes de *traitement de dysfonctionnements*).
- *Réfléchir sur le problème.* Il s'agit ici des démarches effectuées par les élèves pour examiner leurs solutions et rechercher des informations ou des explications complémentaires ; pour évaluer leurs solutions en prenant en considération diverses perspectives, afin de restructurer ces solutions et les rendre socialement ou techniquement plus acceptables ; et pour justifier leurs solutions.
- *Communiquer la solution du problème.* Il s'agit ici des démarches effectuées par les élèves pour choisir les représentations et les moyens de communication appropriés afin de traduire leurs solutions et de les communiquer à des tiers.



Synthèse des types de problèmes

Le tableau 4.1 résume les caractéristiques fondamentales des trois types de problèmes, en termes d'objectif à atteindre, de processus de résolution de problèmes impliqués et de facteurs expliquant les divers niveaux de complexité associés avec ces problèmes

Tableau 4.1 ■ Les diverses facettes des trois types de problèmes

	Prise de décision	Analyse et conception de systèmes	Traitement de dysfonctionnements
Objectif	Choisir une option parmi d'autres en fonction de contraintes	Identifier les relations entre les éléments d'un système et/ou concevoir un système qui représente ces relations	Diagnostiquer la défaillance ou le mauvais fonctionnement d'un système ou d'un mécanisme et y remédier
Processus impliqués	Comprendre une situation qui implique plusieurs alternatives et contraintes, et une tâche spécifique	Comprendre les informations qui caractérisent un système donné et les conditions liées à une tâche spécifique	Comprendre les caractéristiques principales d'un mécanisme ou d'un système et son mauvais fonctionnement, ainsi que les exigences liées à une tâche spécifique
	Identifier les contraintes pertinentes	Identifier les éléments pertinents d'un système	Identifier les liens de causalité entre variables
	Représenter les éventuelles options	Représenter les relations entre les éléments du système	Représenter le fonctionnement du système
	Prendre une décision à partir de différentes options	Analyser ou concevoir un système qui traduit les relations entre les divers éléments	Diagnostiquer le mauvais fonctionnement du système et/ou proposer une solution
	Contrôler et évaluer la décision	Contrôler et évaluer l'analyse ou la conception du système	Contrôler et évaluer le diagnostic et la solution
	Communiquer et justifier la décision	Communiquer l'analyse ou justifier la conception proposée	Communiquer ou justifier le diagnostic et la solution
Facteurs possibles de complexité	Nombre de contraintes	Nombre de variables interdépendantes et nature des relations	Nombre d'éléments interdépendants dans le système ou le mécanisme et mode d'interaction de ces éléments
	Nombre et type de représentations utilisées (verbale, graphique, numérique)	Nombre et type de représentations utilisées (verbale, graphique, numérique)	Nombre et type de représentations utilisées (verbale, graphique, numérique)



Situations

Dans le cadre de l'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes, il est demandé aux élèves d'appliquer leurs connaissances et savoir-faire d'une manière qui est, à certains égards, inédite ; de transférer leurs capacités d'une situation à l'autre ; d'utiliser leurs acquis pour gérer des problèmes de *prise de décision*, d'*analyse et de conception de systèmes* et de *traitement de dysfonctionnements*. De ce fait, le travail demandé pour la résolution de ces problèmes transdisciplinaires se rapproche, dans bien des cas, de la notion de « compétences pour la vie ». Les problèmes soumis aux élèves se situent généralement dans des situations de la vie réelle associées à la vie personnelle, au travail et aux loisirs et, enfin, à la communauté et la société au sens large.

LA PLACE DE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES DANS LE CYCLE D'ÉVALUATION PISA 2003

La lecture, les mathématiques et les sciences sont, certes, trois des domaines majeurs dans le curriculum de tous les systèmes d'enseignement. Ils ne fournissent cependant pas aux élèves tous les savoir-faire dont ils auront besoin à l'âge adulte. Un examen des connaissances et savoir-faire de départ que l'on attend des citoyens et des travailleurs au 21^e siècle indique que les attentes changent aussi vite que le progrès technologique. Au fur et à mesure du remplacement des différentes formes de travail manuel par la technologie, de nouvelles connaissances et savoir-faire ont supplanté les contenus plus traditionnels sur la liste des compétences requises à l'entrée de la vie adulte et professionnelle. Les évaluations OCDE/PISA se doivent donc de mesurer la capacité des élèves à s'adapter au changement et à résoudre des problèmes qui requièrent la mise en œuvre de ces nouvelles compétences clés.

Compétences clés

Un des objectifs principaux de plusieurs projets de l'OCDE a été de développer des listes de savoir-faire ou de compétences clés, principalement dans le projet DeSeCo (Rychen & Salganik, 2000). Cette étude a montré que les compétences clés sont multifonctionnelles et multidimensionnelles par nature, et qu'elles permettent à l'individu de parcourir divers domaines et de gérer des opérations d'un niveau de complexité mentale élevé. Les compétences clés permettent aux individus de traiter des situations complexes de manière active et réfléchie. En particulier, elles aident, les individus à passer d'une perception duale de leur environnement ou de leurs problèmes à une vision plus fructueuse, mettant en jeu des interprétations multiples, voire contradictoires, du contexte et des événements. C'est pourquoi elles font appel à de multiples processus mentaux. Le rapport DeSeCo cite notamment les processus suivants (qui ne font cependant pas toujours partie des évaluations OCDE/PISA) :

- identifier et analyser des récurrences, établir des analogies entre des situations connues et des nouvelles (*appréhender la complexité*) ;
- percevoir les situations, discriminer les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas (*dimension perceptive*) ;



- choisir les moyens appropriés pour atteindre un objectif fixé, évaluer les diverses possibilités offertes, porter des jugements et les appliquer (*dimension normative*) ;
- développer une orientation sociale, faire confiance à d'autres personnes, écouter et comprendre les opinions d'autrui (*dimension coopérative*);
- donner du sens à ce qui arrive dans sa propre vie et dans celle des autres, voir et décrire le monde ainsi que la place que l'on y tient ou que l'on souhaite y tenir (*dimension narrative*).

L'examen de ces processus montre que la résolution de problèmes, considérée comme une discipline transdisciplinaire, se situe au cœur des compétences clés. L'identification, l'abstraction, la généralisation et l'évaluation d'éléments récurrents, ainsi que le développement de plans d'actions fondés sur ces processus constituent une partie centrale de l'apport de la résolution de problèmes aux prises de décision dans le domaine éducatif, technique et professionnel. Dans toutes les formes d'activité humaine, être à même de percevoir des situations dans des contextes complexes et d'identifier les variables et les contraintes pertinentes est essentiel pour l'analyse des systèmes et des structures et pour le développement de plans d'action permettant de faire face aux problèmes. Les stratégies permettant à l'individu de choisir les moyens adéquats pour atteindre des objectifs qu'il s'est vu fixer ou s'est lui-même fixés constituent l'apport de la résolution de problèmes lorsqu'il doit faire face aux difficultés rencontrées dans sa vie courante ou professionnelle.

Rôle de la résolution de problèmes dans la perspective de l'évolution du marché du travail et des compétences requises

Les jeunes âgés aujourd'hui de 15 ans feront leur entrée sur le marché du travail au cours des 10 prochaines années. Il est donc important, pour évaluer leur degré de préparation à la vie future, d'identifier les caractéristiques du marché du travail auquel ils seront confrontés. Les études et enquêtes menées sur les tendances en matière d'emploi et sur les compétences professionnelles requises indiquent que des changements significatifs sont survenus sur le marché du travail au cours de 20 dernières années (ILO, 1998 ; OCDE, 2001b). Le rythme rapide des progrès technologiques et la globalisation du monde des affaires et de l'industrie ont généré une demande accrue de professionnels et de techniciens hautement qualifiés. En réponse à cette demande, il y a eu un appel pour une réforme de l'enseignement, que ce soit dans l'enseignement traditionnel ou dans la formation sur le lieu du travail. Aux États-Unis, le rapport de la commission SCANS (*Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills*, Ministère de l'Emploi des États-Unis, 1991) a fait des propositions sur la manière dont les écoles devraient concevoir les besoins en formation en termes de savoir-faire et de compétences nécessaires allant au-delà des matières scolaires traditionnelles. Le cadre conceptuel de la SCANS est constitué de trois aptitudes fondamentales et de cinq compétences générales qui y sont associées. Les aptitudes fondamentales sont :



- *les aptitudes de base* : lecture, expression écrite, arithmétique et mathématiques, compréhension à l'audition et expression orale ;
- *les aptitudes de réflexion* : pensée créative, prise de décision, résolution de problèmes, représentation mentale, « apprendre à apprendre » et « apprendre à raisonner » ;
- *qualités personnelles* : sens des responsabilités, estime de soi, sociabilité, autonomie et intégrité / honnêteté.

Les compétences associées à ces domaines se rapportent à :

- *la gestion des ressources* : savoir gérer le temps, l'argent, le matériel, les installations et les ressources humaines ;
- *la gestion des relations interpersonnelles* : participer au sein d'une équipe, aider les autres à apprendre, servir des clients / des consommateurs, faire acte de leader, négocier et travailler dans la diversité ;
- *la gestion de l'information* : acquérir et évaluer des informations, les organiser, les conserver, les interpréter, les communiquer et utiliser l'ordinateur pour les traiter ;
- *la gestion de systèmes* : comprendre des systèmes, contrôler et corriger leurs performances, et améliorer ou concevoir des systèmes ;
- *la gestion des technologies* : sélectionner une technologie, l'appliquer à une tâche, entretenir des équipements et traiter leurs dysfonctionnements.

Comme on le voit, tout en donnant une place essentielle dans leur définition des aptitudes de base aux disciplines scolaires (lecture, expression écrite et mathématiques), les auteurs du rapport SCANS, tout comme ceux du rapport DeSeCo, ont défini les savoir-faire de résolution de problèmes et de raisonnement critique en tant qu'objet d'étude séparé. Cela ne signifie pas que la lecture, les mathématiques et les sciences manquent d'activités relatives à la résolution de problèmes ou mettant en jeu un raisonnement critique, mais que la résolution de problèmes est de plus en plus largement considérée comme un domaine d'activité humaine distinct par rapport aux contributions liées aux diverses disciplines scolaires.

Les rapports SCANS et DeSeCo ne constituent que deux exemples d'analyses portant sur la conceptualisation contemporaine des besoins émergents du monde du travail en termes de connaissances et savoir-faire. De nombreuses autres études proposent une vision similaire des savoir-faire génériques et relatifs au travail qui sont nécessaires aux élèves d'aujourd'hui. La synthèse établie par McCurry (2002) montre que, mis à part les compétences et les savoir-faire associés aux matières scolaires traditionnelles, la résolution de problèmes ou les aptitudes en matière de raisonnement constituent une compétence centrale nécessaire à la vie et au travail dans le monde de demain.



Distinction entre résolution de problème et domaines de littératie dans PISA.

L'évaluation de la résolution de problèmes transdisciplinaires – telle qu'elle est envisagée dans le cycle PISA 2003 – se distingue sur plusieurs points importants des études spécifiques sur la résolution de problèmes dans les trois grands domaines visés par PISA et dans des études psychologiques actuelles. D'abord, dans les évaluations OCDE/PISA en compréhension de l'écrit, en mathématiques et en sciences, la résolution de problèmes est utilisée pour évaluer les compétences qui sont indispensables pour réfléchir et raisonner dans ces matières. En revanche, dans l'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes, l'accent est mis sur les processus de résolution eux-mêmes. Ensuite, la résolution de problèmes évaluée par OCDE/PISA se distingue des trois autres domaines par l'accent qu'elle met sur l'intégration d'informations provenant de plusieurs disciplines au lieu de s'intéresser principalement aux connaissances d'un domaine particulier. Enfin, les évaluations OCDE/PISA se distinguent par leurs solutions « ouvertes » et par la complexité des capacités de raisonnement critique mises en jeu.

L'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes partage avec l'Enquête Internationale sur la Littératie des Adultes (ISA) et certains volets de l'option nationale allemande de PISA 2000 la priorité donnée à l'approche par projet et au raisonnement analytique. Cependant, l'évaluation OCDE/PISA se concentre uniquement sur les trois types de problèmes définis ci-dessus, afin de permettre une évaluation plus claire et plus approfondie de certains des processus mis en œuvre par les élèves. Plus important encore, sans doute, l'évaluation OCDE/PISA se distingue d'autres études internationales dans la mesure où elle n'est pas fondée sur les programmes scolaires. Elle vise plutôt l'évaluation du degré de préparation à la vie future des élèves de 15 ans. Par conséquent, alors que les cadres conceptuels de compréhension de l'écrit, de mathématiques et de sciences mettent l'accent sur la littératie et spécifient le rôle que les concepts et aptitudes clés jouent dans ces domaines, l'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes se centre sur les capacités génériques de résolution et de raisonnement, qui transcendent les matières scolaires.

Évaluer les processus plutôt que les connaissances

Comme l'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes met l'accent sur les processus génériques de raisonnement et de résolution, il est important de reconnaître que la résolution de problèmes n'est pas un domaine lié à une matière. Elle consiste plutôt en l'application de processus dont les individus se servent pour affronter des situations problématiques (NCTM, 2000). Cette évaluation étudie donc le travail des élèves en examinant comment les élèves parviennent à :

- comprendre la nature du problème ;
- caractériser le problème en identifiant les variables et les relations qui lui sont inhérentes ;
- sélectionner et mettre au point des représentations du problème ;



- résoudre le problème ;
- communiquer la solution du problème.

Se centrer sur ces processus plutôt que sur les seules solutions finales permet de comprendre l'approche de résolution utilisée par les individus. Mayer (1985) fait remarquer que cette approche de la résolution de problèmes passant par l'étude des processus de traitement de l'information se fonde sur une analyse des tâches. Elle permet, à ce titre, de décrire ce qu'apporte spécifiquement la résolution de problèmes, au-delà de sa seule contribution au score de test obtenu. Mieux comprendre les processus mis en œuvre peut également aider les enseignants lors de la préparation des activités d'apprentissage de résolution de problèmes.

Types de problèmes

On l'a dit, les trois types de problèmes utilisés dans l'évaluation PISA 2003 sont *la prise de décision, l'analyse et la conception de système, et le traitement de dysfonctionnements*. Ces types de problèmes cadrent aussi bien avec les recommandations du rapport SCANS qu'avec celles du rapport DeSeCo. Le nombre restreint de types de problèmes abordés est principalement dû aux contraintes en termes de temps d'administration disponible pour l'évaluation de la résolution de problèmes. Même s'il est possible de sélectionner des tâches de résolution de problèmes dans un très large éventail, d'identifier les stratégies qui seront vraisemblablement mises en œuvre et de concevoir les contextes qui y seront associés pour mettre le problème en situation, il a été jugé préférable de ne faire appel qu'à un nombre limité de types de problèmes et de processus.

Dans les trois types de problèmes choisis pour PISA, un grand nombre de tâches impliquent des problèmes qui demandent aux élèves de planifier, d'attribuer des ressources, d'identifier les causes des problèmes, d'évaluer et organiser l'information, et de trouver les meilleures options. Alors qu'aucune des tâches retenues ne requiert des compétences avancées en compréhension de l'écrit, mathématiques ou sciences, elles mettent toutes en œuvre une démarche de pensée logique et un raisonnement analytique. Ces tâches n'appartiennent pas aux domaines de compréhension de l'écrit, de mathématiques ou de sciences, mais se centrent plutôt sur les aptitudes fondamentales de résolution de problèmes identifiées dans les rapports cités précédemment.

Il est important que les conditions suivantes soient réunies pour mesurer correctement les aspects transdisciplinaires de la résolution de problèmes :

- l'évaluation des compétences transdisciplinaires en matière de résolution de problèmes doit accorder autant d'importance à la nature des processus appliqués par les élèves qu'au caractère correct ou non de la réponse fournie ;
- on s'attend à ce que l'élève puisse mobiliser des compétences de résolution de problèmes spécifiques à chacun des trois domaines PISA ; cependant,



les problèmes utilisés pour évaluer la résolution de problèmes en tant que compétence transdisciplinaire doivent généralement dépasser le cadre d'un domaine unique, en faisant appel à la fois à des aspects qui sortent du cadre des matières enseignées et à d'autres qui chevauchent les frontières séparant les diverses disciplines ;

- les compétences transdisciplinaires de résolution de problèmes doivent être évaluées par des épreuves qui vont au-delà de celles utilisées pour chaque domaine particulier, tant en termes de contenu (priorité aux situations de la vie réelle impliquant un transfert des acquis scolaires) qu'en termes de contexte (priorité aux environnements complexes et dynamiques de la vie réelle ainsi qu'aux tâches de raisonnement).

Il est évident que la résolution de problèmes transdisciplinaires fait intégralement partie des aptitudes requises sur le marché de l'emploi actuel et futur ; à ce titre, l'évaluation OCDE/PISA en résolution de problèmes est une composante qui permet de combler certaines lacunes, dans une perspective où il s'agit de mesurer le degré de préparation des élèves à la vie future en allant au-delà des matières les plus scolaires. Ce cadre d'évaluation de la résolution de problèmes ne couvre cependant pas tous les aspects de la résolution de problèmes – en particulier, la résolution de problèmes interpersonnels et de conflits de groupes, qui est considérée par beaucoup d'employeurs comme une compétence importante.

CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉVALUATION

Accessibilité et équité

L'évaluation doit être accessible aux élèves quels que soient les programmes de cours dans les pays participants. Cela signifie que les items doivent pouvoir être appréhendés et compris par des élèves de 15 ans, quel que soit leur programme d'enseignement. Les items doivent être développés de manière à couvrir plusieurs modes de représentation différents (graphiques, tableaux, textes, symboles, images, etc.) pouvant être interprétés aisément par *tous* les élèves. Il faudra naturellement veiller à éviter les autres types de biais souvent rencontrés lors de la conception et de la construction d'items. Ainsi, les items dont le vocabulaire est trop technique, dont la lecture est trop ardue ou qui demandent une expérience personnelle spécifique sont à éviter.

Calculatrices

La capacité de calcul des élèves ne fait pas partie des priorités lorsqu'on évalue les compétences en matière de résolution de problèmes. Les élèves qui participent à l'évaluation OCDE/PISA doivent dès lors être autorisés à utiliser leur calculatrice s'ils en utilisent habituellement une lors de leur travail en classe. Ce sont les élèves qui auront à décider, individuellement, d'utiliser ou non la calculatrice, en fonction de leur propre expérience des cas où cela peut s'avérer utile et de ce que cela peut apporter à la solution d'un problème. Il faut veiller à ce qu'aucun item ne soit construit de telle manière qu'il soit



indispensable d'utiliser une calculatrice pour le résoudre, ni que sa longueur soit de nature à désavantager considérablement les élèves qui n'utilisent pas de calculatrice.

TYPES D'ITEMS

Lors des précédentes évaluations à large échelle de la résolution de problèmes, les items utilisés étaient des items à choix multiple, des items « vrai/faux » ou des items appelant une réponse courte. On estimait en effet que, par comparaison avec les évaluations fondées sur des questions à réponse ouverte, ces types d'items contribuent à améliorer la fidélité, garantissent une plus grande objectivité, réduisent les coûts de correction et facilitent l'administration du test. Cependant, pour évaluer correctement l'aptitude des élèves à raisonner, à résoudre des problèmes et à communiquer les résultats de ces activités, il est nécessaire d'obtenir des données bien plus détaillées sur leur manière de travailler. En outre, pour mesurer et décrire le travail des élèves de manière adéquate, il faut pouvoir examiner les divers types de processus de réflexion qu'ils mettent en œuvre dans des situations problématiques. C'est pourquoi il faut faire appel à une plus large gamme de types d'items pour l'évaluation de la résolution de problèmes transdisciplinaires PISA 2003. Le matériel d'évaluation comportera donc, en plus des items à choix multiple, des items à réponse construite tant ouverts que fermés. Ces types d'items sont décrits ci-après.

Items à choix multiple

Les items à choix multiple permettent, de manière rapide et à peu de frais, de déterminer si les élèves possèdent un certain nombre de savoir-faire ou de connaissances, et s'ils sont capables de trouver des informations. Si les items à choix multiple sont bien conçus, ils peuvent servir à évaluer les connaissances et la compréhension des élèves ainsi qu'à identifier la manière dont l'élève choisit et applique des stratégies de résolution. Il est possible de construire des items à choix multiple capables de mesurer bien plus que la simple capacité des élèves de « remonter » vers la bonne réponse à partir des options proposées, ou d'éliminer des options pour obtenir la réponse correcte. Toutefois, les possibilités des items à choix multiple demeurent, dans bien des contextes, beaucoup trop limitées pour permettre d'évaluer les compétences des élèves en matière de résolution de problèmes, dans toute leur diversité et avec le degré de détail nécessaire.

Les items à choix multiple qui seront utilisés lors du cycle OCDE/PISA 2003 pour évaluer les compétences en matière de résolution de problèmes doivent présenter les caractéristiques suivantes :

- l'élève ne doit pas pouvoir trouver la solution simplement en « essayant » les diverses possibilités proposées et en procédant par élimination. Il ne doit pas non plus pouvoir la trouver en estimant des valeurs ou en effectuant des comparaisons de dimensions à l'aide du graphique fourni avec la question ;



- les distracteurs / les choix proposés doivent permettre de voir comment l'élève traite (ou ne traite pas) la situation présentée par l'item, et fournir des informations sur ses processus de pensée. Ils ne doivent pas servir de leurres destinés à attirer les élèves vers des profils de réponses incorrectes couramment rencontrés ;
- ce type d'item doit être utilisé dans les cas où le choix d'un autre format d'item imposerait à l'élève de dessiner un graphique ou de construire une figure compliquée ou longue à réaliser.

Items fermés à réponse construite

Les items fermés à réponse construite permettent aux examinateurs d'évaluer des objectifs d'ordre supérieur et des processus plus complexes, dans un format de réponse qui demeure contrôlé. Les questions posées sont voisines de celles des items à choix multiple, mais dans ce cas il est demandé à l'élève de produire une réponse qui peut facilement être reconnue comme correcte ou incorrecte. Ces items présentent beaucoup moins de risques de réponses au hasard que les QCM, et permettent d'analyser des réponses produites par les élèves dans un format qui n'impose pas le recours à une correction « experte » et où l'attribution d'un crédit partiel n'est pas un problème.

Les items fermés à réponse construite qui seront utilisés lors du cycle OCDE/PISA 2003 pour évaluer les compétences en matière de résolution de problèmes doivent présenter les caractéristiques suivantes :

- ils doivent être utilisés lorsqu'il est important de déterminer si l'élève est capable de produire lui-même une réponse à une question ;
- ils doivent indiquer explicitement ce que l'élève doit faire lorsqu'il répond ;
- ils doivent susciter une gamme restreinte de réponses, susceptibles d'être corrigées rapidement et de manière très fiable.

Items ouverts à réponse construite

Les items ouverts à réponse construite permettent aux examinateurs d'évaluer ce que les élèves sont capables de produire sur la base de leur propre compréhension des questions et ce qu'ils peuvent communiquer à propos de la manière dont ils ont trouvé cette réponse. Les items ouverts à réponse construite courte demandent des réponses brèves : fournir des résultats numériques, fournir un nom ou la catégorie dans laquelle un groupe d'objets doit être classé, proposer un exemple d'un concept donné, etc.

Les items ouverts à réponse construite courte qui seront utilisés lors de l'évaluation OCDE/PISA doivent présenter les caractéristiques suivantes :

- ils doivent être utilisés lorsqu'il est important de déterminer si l'élève est capable de produire lui-même une réponse à une question ;
- ils doivent indiquer explicitement ce que l'élève doit faire lorsqu'il répond ;



- ils doivent permettre de déterminer dans quelle mesure l'élève comprend le problème qui lui est soumis.

Les items ouverts à réponse construite longue demandent à l'élève de fournir des traces plus complètes du travail réalisé, ou de montrer qu'il a mis en œuvre des processus de pensée plus complexes pour aboutir à la solution. Dans un cas comme dans l'autre, on attend de l'élève qu'il explique clairement son processus de prise de décision dans le contexte du problème (par un texte, par des schémas, des diagrammes ou une série d'étapes correctement ordonnées).

Les items ouverts à réponse construite longue utilisés lors de l'évaluation OCDE/PISA de résolution de problèmes doivent présenter les caractéristiques suivantes :

- ils doivent exiger des élèves qu'ils intègrent des informations ou des concepts et mette en évidence la façon dont ce processus les amène à résoudre le problème qui leur est soumis ;
- ils doivent recouvrir de multiples concepts ; les réponses produites par l'élève devront manifester sa compréhension et sa capacité d'établir des liens entre ces concepts ;
- ils doivent être utilisés quand la résolution du problème demande que des étapes multiples soient franchies et quand la situation comporte plusieurs composantes différentes ;
- ils doivent imposer aux élèves d'expliquer ou de justifier le travail effectué ;
- ils doivent donner lieu à des grilles de correction qui permettront à des correcteurs expérimentés de coder les réponses des élèves de manière efficace et fidèle.

Groupes ou unités d'items

Dans le but d'inciter les élèves à s'engager à fond dans certains problèmes (et de lutter, si possible, contre le manque de motivation à répondre), il est préférable que la plupart des items de résolution de problèmes soient intégrés dans des groupes ou unités, c'est-à-dire des ensembles portant sur un même thème ou des situations axées sur un projet donné. Ces unités contiendront des combinaisons d'au moins deux items, et impliqueront souvent différentes représentations ou différents types d'items, reliés entre eux par le thème ou par le contexte qui leur est commun. Dans un cas comme dans l'autre, il y a lieu de veiller à ce que les items composant chaque unité soient indépendants les uns des autres ; en tout cas, il ne doit pas être nécessaire de répondre correctement à l'un des items pour pouvoir répondre correctement aux autres.

Guides de correction

Il y a lieu de construire des grilles ou des guides de corrections permettant d'évaluer les réponses des élèves aux items. Ces grilles s'articuleront autour de la structure générale définissant les divers aspects de la résolution de problèmes. Elles permettront de déterminer, sur la base du travail fourni, si les élèves atteignent les niveaux suivants :



- comprendre les informations données ;
- identifier ou caractériser les aspects essentiels du problème et les relations qu'ils entretiennent ;
- produire une représentation ou appliquer une représentation du problème ;
- résoudre le problème ;
- vérifier, évaluer, ou justifier certains aspects du problème ;
- communiquer la solution du problème.

Dans ces grilles, le score maximum sera attribué dans les cas où le travail de l'élève montre qu'il a pleinement compris le problème posé, a trouvé la solution correcte, a fait preuve d'une réelle perspicacité, et a mis en œuvre une démarche claire, appropriée et complètement explicite. La réponse fournie doit être logique, clairement rédigée et exempte de toute erreur. Si des exemples doivent être fournis, il faut qu'ils soient choisis de manière adéquate et pleinement développés.

Un score légèrement inférieur sera attribué à la réponse de l'élève lorsque son travail montre qu'il a bien compris le problème, qu'il a fait preuve d'une certaine perspicacité et qu'il a adopté une approche correcte, mais que le développement présente des faiblesses mineures. Des exemples sont fournis, mais ils ne sont pas pleinement développés.

A un niveau plus bas encore, on pourra rencontrer des démarches qui manifestent une certaine compréhension du problème sur le plan conceptuel, par l'approche logique choisie ou par le type de représentation retenue. Dans l'ensemble, cependant, la réponse donnée n'est pas bien articulée. Elle peut comporter de graves erreurs de logique ou des fautes de raisonnement, mais elle contient également des parties qui sont correctes. Les exemples fournis sont parfois incorrects ou inappropriés.

Enfin, le dernier score – pas de crédit – sert à coder les réponses totalement incorrectes ou qui ne sont pas pertinentes. Les codes utilisés pour ce niveau doivent permettre de distinguer, d'une part, les élèves qui tentent sans succès de résoudre un problème donné et, d'autre part, ceux qui omettent de répondre. L'omission peut être le signe soit d'un manque de temps, soit d'un problème de motivation.

Il y a lieu de souligner que les trois niveaux de crédit positifs définis ci-dessus ne seront pas nécessairement prévus pour tous les items. Cependant, sur l'ensemble du matériel d'évaluation pris comme un tout, il y aura des items couvrant ces divers niveaux de performance.

Codes à deux chiffres

Les guides ou les grilles de correction devront non seulement indiquer si la réponse est correcte ou non, mais également fournir le moyen de décrire les stratégies utilisées par les élèves pour résoudre un problème, ou bien



les représentations erronées qui les ont empêchés d'aboutir à la solution correcte. Cette forme de notation est utile pour tenter de cerner la nature du raisonnement mis en œuvre par les élèves et déterminer s'ils possèdent des compétences de réflexion d'ordre supérieur. On peut utiliser dans ce but les techniques de double codage déjà appliquées dans l'étude TIMSS et lors du cycle d'évaluation PISA 2000. Cette approche consiste à se servir d'un code à deux chiffres. Le premier chiffre indique si l'élève doit recevoir un crédit (total ou partiel), ou bien si son travail est incorrect ou inintelligible, ou s'il a omis de répondre. Le second chiffre sert à enregistrer des informations sur le type d'approche adopté par l'élève dans le cas où son travail est correct ; dans le cas où aucun crédit n'est attribué, le second chiffre sert à enregistrer les types d'erreur ou les fausses représentations qui caractérisent le travail de l'élève.

Structure générale de l'évaluation

La batterie de résolution de problèmes comprend deux blocs d'unités d'items de test d'une durée de 30 minutes chacun. Les trois types de problèmes (*prise de décision, analyse et conception de systèmes, et traitement de dysfonctionnements*) y sont représentés, respectivement dans un rapport de 2:2:1.

Chaque bloc comprend des items groupés en quatre ou cinq unités différentes. La batterie compte environ 50 pour cent d'items (à choix multiple et à réponse construite fermée) nécessitant un codage simple (par un seul correcteur) et 50 pour cent d'items (à réponse construite ouverte) nécessitant un codage multiple (plusieurs correcteurs). Chaque unité devra comporter au moins un item demandant aux élèves de résoudre le problème qui est au cœur de l'unité, ou d'évaluer une stratégie de résolution de ce problème.

Les tâches à effectuer pourront varier par leur caractère plus ou moins explicite. Certaines d'entre elles présenteront des informations déjà bien structurées et des contraintes clairement identifiées. Dans d'autres cas, les élèves auront eux-mêmes à extraire les informations nécessaires et à établir les contraintes.

Là où cela se justifie, le « problème » ou la tâche à effectuer devra être clairement mentionné au début de l'item. Chaque unité commencera en principe par une introduction précisant le type de tâches demandées à l'élève et le genre de travail qu'il aura à produire.

Pour une même unité, on ne fera pas appel à plus de trois documents de référence, pour éviter d'éventuels risques de confusion chez l'élève. Cependant, les informations utilisées dans chaque unité feront généralement référence à plus d'une discipline.

ANALYSES ET PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Une échelle, distincte de celles qui seront construites pour les autres domaines majeurs et mineurs du cycle PISA 2003, sera mise au point pour présenter les résultats de l'évaluation des compétences transdisciplinaires en résolution de problèmes.



Les résultats de l'évaluation de résolution de problèmes seront présentés de manière à donner aux décideurs, aux directeurs d'établissement, aux enseignants, aux parents et aux élèves une idée claire du niveau de compétences atteint par les élèves dans ce domaine. La présentation des résultats comprendra, en particulier :

- une échelle de compétences accompagnée d'un texte expliquant la nature des capacités des élèves en matière de résolution de problèmes à divers niveaux de l'échelle ;
- des référentiels, proches de ceux utilisés dans les autres domaines évalués dans OCDE/PISA, qui analyseront les caractéristiques et la difficulté relative des divers types d'items et permettront de comparer les compétences des élèves en fonction des items, des contextes et des autres catégories définies dans le plan d'évaluation ;
- des données sur les relations existant entre les performances des élèves en résolution de problèmes et leurs performances dans d'autres domaines évalués dans OCDE/PISA ;
- des tableaux croisés qui rendront compte des performances de certains sous-groupes d'élèves, établis sur la base de divers critères – le sexe, le milieu socio-économique ou les filières d'enseignement.

DÉVELOPPEMENTS POTENTIELS DU CADRE D'ÉVALUATION POUR LES CYCLES D'ÉVALUATION OCDE/PISA À VENIR

Deux options peuvent être envisagées pour l'évaluation des compétences transdisciplinaires de résolution de problèmes dans les futurs cycles OCDE/PISA. L'une pourrait porter sur l'évaluation du travail de groupe pour la résolution de problèmes ; l'autre sur l'utilisation de techniques informatisées d'administration de tests, conçues sur la base des travaux de Klieme et de ses collègues (sous presse).

Résolution de problèmes dans le cadre d'un travail de groupe

Cette option consisterait à prévoir un bloc d'items, distinct des autres, auxquels les élèves devraient travailler par groupes de trois. Ces items pourraient prendre pour point de départ les items utilisés dans le cadre de l'évaluation « normale » des compétences de résolution de problèmes. Cela permettrait de comparer le travail fourni par les élèves en situation individuelle et en situation de groupe. Pour les épreuves de ce bloc, il y aurait lieu de laisser aux élèves suffisamment de temps pour rassembler et formuler des idées ainsi que pour développer leurs divers rôles au sein du groupe.

Les programmes *Pacesetter* du College Board (2000) comportent des modèles exploitables pour l'évaluation de la résolution de problèmes en groupe. Les profils de compétences attendus, tant en résolution des problèmes que, plus généralement, à l'issue de l'enseignement, insistent sur la nécessité de développer des compétences de résolution de problèmes dans un environnement qui valorise l'aspect social et coopératif. Dès lors, ces aspects doivent également être évalués. En raison des liens qui existent entre la résolution de problèmes



dans un contexte coopératif et les objectifs éducatifs spécifiques de certains pays, cette évaluation pourrait être mise en œuvre sous la forme d'une option internationale lors de l'évaluation des compétences transdisciplinaires de résolution de problèmes dans les futurs cycles OCDE/PISA.

Administration informatisée des tests d'évaluation

L'intérêt que portent les différents pays à l'évaluation en temps réel des compétences en résolution de problèmes dans des contextes dynamiques justifie le développement d'options qui permettraient l'administration informatisée d'épreuves selon les modalités décrites par Klieme (2000). Ces épreuves fournissent une source d'information extrêmement riche sur les compétences de résolution de problèmes que les élèves mettent en œuvre dans un environnement dynamique ; elles permettent aussi d'observer comment les élèves ordonnent et gèrent leur travail dans des contextes complexes, d'une manière que n'autorise aucun test papier-crayon. Enfin, elles permettent d'étudier les interactions qui se produisent entre certains éléments d'information et le choix de stratégies particulières de résolution de problèmes, ainsi que la formulation donnée aux solutions. Comme dans le cas de la résolution de problèmes en groupe, la modalité d'administration informatisée de tests pourrait être prise en considération à titre d'option internationale dans des cycles ultérieurs.

EXEMPLES SUPPLÉMENTAIRES

Les exemples suivants présentent une série d'exemples d'unités, d'items et de tâches venant de l'évaluation OCDE/PISA de la résolution de problèmes transdisciplinaires. Ces unités ont été utilisées lors de l'essai de terrain de PISA 2003 mais, pour diverses raisons, n'ont pas été retenues pour la campagne de test définitive. Tous les défauts identifiés ont été néanmoins corrigés (sauf indication contraire), et ces unités sont proposées ici à titre d'exemples illustrant le contenu de l'évaluation. Dans la mesure où l'évaluation PISA 2003 n'est pas terminée au moment de la mise sous presse de ce cadre d'évaluation, aucun item effectivement utilisé lors de cette évaluation n'est présenté ici, pour des raisons évidentes de sécurité des épreuves.

Les trois unités qui suivent viennent compléter celles présentées ci-avant (les problèmes 1, 2 et 3). Ces six unités donnent une image assez fidèle de la variété de situations dans lesquelles s'inscrivent les problèmes de l'évaluation PISA 2003. Les exemples comportent deux unités de *prise de décision*, deux unités d'*analyse et de conception de système* (l'une d'analyse et l'autre de conception), et deux unités de *traitement de dysfonctionnements* (l'une traitant d'un système et l'autre d'un mécanisme). Les divers items de ces unités représentent un éventail complet des formats d'items et des types de réponses requises.

Les items et les unités sont accompagnés de commentaires et de notes explicatives afin d'illustrer ce que l'on attendait des élèves et quelles ont été les réponses-type des élèves lors de l'essai de terrain. Chacun des items est suivi des consignes de correction utilisées pour coder les réponses des élèves.

**Résolution de problèmes, unité 4****PILES**

Cette unité propose aux élèves une situation-problème où ils doivent décider quelle est la meilleure marque de piles à acheter pour alimenter leur radiocassette. Vanessa a demandé à quatre de ses amis de participer à une expérience où chacun testera deux marques de piles en notant la durée de chacune sur leur radiocassette personnel. Les données recueillies par Vanessa et ses amis sont fournies sous forme d'un tableau, dont les élèves doivent se servir pour répondre aux deux items de cette unité.

Ce problème consiste à décider quelles sont les meilleures piles sur le marché.

Vanessa a constaté que certaines des marques de piles qu'elle utilise pour son radiocassette durent plus longtemps que d'autres. Quatre marques de piles différentes sont disponibles sur le marché et conviennent à son radiocassette. Elle demande à quelques-uns de ses amis de l'aider à décider quelle est la meilleure marque de piles.

Chacun de ses amis essaie deux marques de piles dans son propre radiocassette. Le tableau 1 montre ce qu'ils lui en disent. (Ils utilisent une marque jusqu'à ce que la pile soit à plat puis utilisent une autre marque jusqu'à ce que la pile soit aussi à plat.) Toutes les piles ont le même voltage.

Tableau 1 Durée des diverses marques de piles

	Première marque de pile	Durée observée	Seconde marque de pile	Durée observée
Vanessa	N-dure	5 jours	Powerpak	5 jours
Marc	X-cell	4 jours	Hardcell	5 jours
Karine	Powerpak	6 jours	Hardcell	5 jours
Paul	Hardcell	3 jours	N-dure	4 jours
Élisabeth	N-dure	7 jours	X-cell	4 jours

Résolution de problèmes, exemple 4.1

Vanessa examine les résultats de son étude et conclut : « Cette étude démontre que c'est Powerpak qui dure le plus longtemps. »

Donnez une raison, fondée sur les résultats de cette étude, permettant de conclure que c'est « Powerpak qui dure le plus longtemps ».



Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 4.1 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : • Réponses mentionnant que la pile Powerpak a la durée moyenne la plus longue : $(6+5)/2 = 5,5$. Tous les autres types de piles ont des durées moyennes inférieures (N-dure = 5,33, X-cell = 4, Hardcell = 4,33)

Note : Il n'est pas nécessaire que les calculs soient montrés pour que ce code soit attribué.

OU

- La pile Powerpak a duré au minimum 5 jours. Toutes les autres piles ont un minimum plus bas (4, 4 et 3 jours).

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Type de problème : Prise de décision

Situation : Vie personnelle / Scientifique

Pour résoudre cet item, l'élève doit comprendre ce qu'est la mise à l'essai d'un produit (ici, les piles) et le rôle que peuvent jouer les données dans un tel essai. Compte-tenu des données du tableau, on voit qu'il est possible d'élaborer une réponse en effectuant des comparaisons de la durée de vie des diverses piles. Afin d'y parvenir, l'élève doit se rendre compte qu'on lui demande d'établir une comparaison et de justifier de quelque manière sa réponse.

Lorsque l'approche de l'élève consiste à calculer la durée de vie moyenne des piles et à conclure ensuite que les piles Powerpak ont la durée la plus longue puisqu'elles ont la durée moyenne la plus élevée, cela signifie qu'il a étudié l'information, comparé les options, établi une généralisation et communiqué ses résultats.

Certains élèves n'ont pas compris ce qui leur était demandé. Ils ont pensé que cette question leur demandait d'expliquer les besoins en énergie des radiocassettes des élèves, ou bien ils n'ont examiné que la première ou la seconde marque de piles testées par chacun des amis de Vanessa. D'autres encore ont fourni des réponses sans aucun rapport avec l'enquête, comme « On peut le savoir par les publicités à la télé ».

Cet item ressemble assez au type d'information que les élèves sont susceptibles de rencontrer dans des magazines de consommateur. Pour la plupart d'entre eux, cependant, il ne s'agira pas d'un problème de routine : il les obligera à réfléchir d'une manière inédite et à trouver une formulation permettant de communiquer leurs résultats.



Résolution de problèmes, exemple 4.2

Donnez DEUX raisons différentes pour lesquelles les résultats de ce test pourraient ne pas être fiables.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 4.2 de Résolution de problèmes

Raisons possibles :

- ni la durée, ni le type d'utilisation faite chaque jour ne sont précisées (temps passé à écouter, à rembobiner, niveau de volume, etc.) ;
- l'étude ne porte que sur un petit échantillon ;
- les mesures sont grossières. Qu'entend-on par « un jour » ?
- le fait qu'un même type de batterie dure parfois 7 jours, parfois 4 jours indique que ces résultats sont probablement peu fiables ;
- la consommation d'énergie peut être différente d'un radiocassette à l'autre.

Crédit complet

Code 2 : Réponses fournissant DEUX raisons possibles, clairement énoncées et reprises dans la liste ci-dessus.

Noter qu'il doit s'agir de deux raisons différentes, et non pas seulement deux manières différentes de dire la même chose.

Crédit partiel

Code 1 : Réponses ne fournissant qu'UNE raison possible, clairement énoncée et reprise dans la liste ci-dessus.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Type de problème : Prise de décision

Situation : Vie personnelle / Scientifique

Pour répondre à cette question, l'élève doit étudier les contraintes sous lesquelles l'expérience s'est déroulée, relever les facteurs qui peuvent être à l'origine de la différence de durée des piles, et considérer diverses explications possibles des résultats du test.

Certains élèves n'ont pas compris la tâche et ont essayé d'expliquer pourquoi le résultat donné dans l'exemple 4.1 était réellement le bon. D'autres élèves



n'ont pris en considération qu'un aspect particulier de la situation et n'ont fourni qu'une raison (ou deux raisons équivalentes) expliquant pourquoi les résultats du test ne sont pas fiables. Par exemple, un élève a donné comme première raison le fait que certains radiocassettes auraient pu avoir été allumés puis éteints à plusieurs reprises, et comme seconde raison que les radiocassettes n'ont peut-être pas fonctionné durant le même laps de temps.

Pour réussir à répondre à cet item, l'élève doit bien comprendre la tâche qui consiste à tester la longévité d'une pile. Il doit être capable d'établir une liste des facteurs qui sont éventuellement en relation avec la longévité des piles, d'examiner les relations entre ces facteurs, de les comparer et de les opposer à ceux dont il s'est servi pour répondre à l'exemple 4.1. Il doit enfin pouvoir formuler avec soin et communiquer deux explications différentes susceptibles de démentir la réponse donnée par Vanessa.

La capacité des élèves à répondre correctement à cet item peut être liée à leur connaissance préalable de cette méthode scientifique. C'est pour cette raison que cette unité n'a pas été retenue pour la campagne de test définitive, mais qu'elle est utilisée à titre d'exemple.



Résolution de problèmes, unité 5

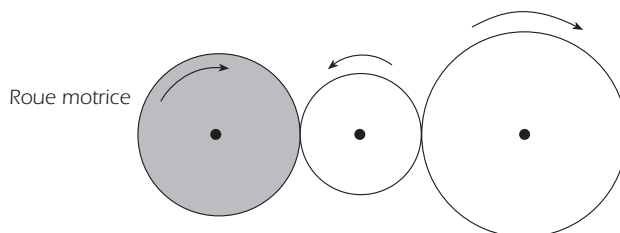
ROUAGES

Cette unité propose aux élèves deux situations où ils doivent d'abord analyser la manière dont un système de rouages tourne puis concevoir un système de courroies de transmission qui permet à une série de roues de tourner dans des directions données.

L'introduction présente un simple rouage et fournit des informations graphiques sur la manière dont les roues tournent dans le système en fonction du sens donné à la roue motrice.

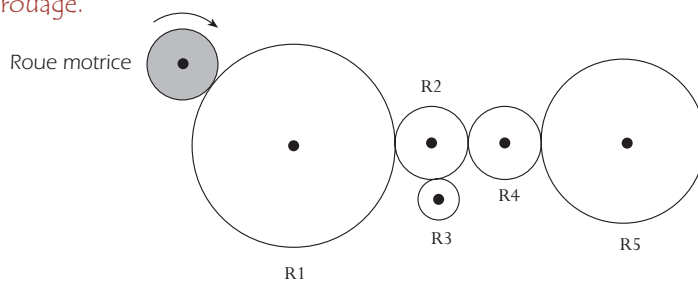
Le problème abordé ici est la conception d'un rouage qui tourne d'une manière particulière.

On peut faire tourner un rouage quand on met les roues en contact les unes avec les autres puis en faisant tourner l'une des roues. La roue que l'on fait tourner est appelée **la roue motrice**.



Résolution de problèmes, exemple 5.1

Voici un rouage.



Parmi ces roues, laquelle (ou lesquelles) tournera (tourneront) dans le même sens que la roue motrice et laquelle (ou lesquelles) dans le sens opposé ?

Roue Tournera-t-elle dans le même sens que la roue motrice ou dans le sens opposé ?

R1	Même sens / Sens opposé
R2	Même sens / Sens opposé
R3	Même sens / Sens opposé
R4	Même sens / Sens opposé
R5	Même sens / Sens opposé

**Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 5.1 de Résolution de problèmes**

Crédit complet

Code 1 : Réponses donnant, dans l'ordre : Opposé, Même, Opposé, Opposé, Même. (R2 et R5 tourneront dans le même sens que la roue motrice).

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Type d'item : Item à choix multiple complexe

Type de problème : Analyse et conception de systèmes

Situation : Vie personnelle / Travail et loisirs

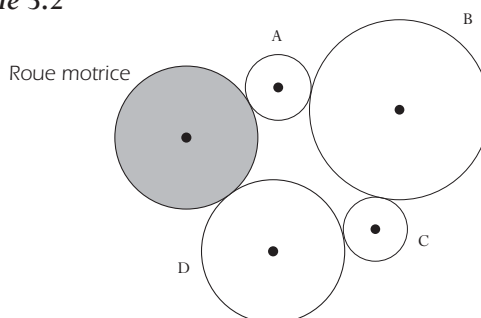
Pour répondre correctement à cet item, l'élève doit comprendre la relation existant entre les roues et comment le mouvement se transmet d'une roue à l'autre selon le sens de rotation donné à la roue motrice. Pour effectuer ce raisonnement, l'élève doit induire la règle régissant le sens des roues, en se fondant sur l'exemple donné, et peut-être aussi sur sa compréhension de la relation existant entre des roues successives dans des situations semblables qu'il aurait déjà rencontrées.

Sa compréhension intuitive de la situation permet à l'élève de construire alors une généralisation indiquant, en gros, que des roues successives qui se touchent tournent dans des sens opposés. Cette généralisation n'est cependant pas suffisante pour répondre à la question posée. L'élève doit également se rendre compte que cette relation est transitive : si A-B-C constitue une série de roues qui se touchent, et que A tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, alors B tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre et C tourne à nouveau dans le sens des aiguilles d'une montre. Cette compréhension transitive permet à l'élève d'appliquer son explication à la séquence de roues successives, en ajoutant éventuellement, d'une roue à la suivante, des flèches allant alternativement dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse. Ce raisonnement est lui aussi de nature analogique.

Pour pouvoir répondre aux items de cette unité, l'élève doit se fonder en partie sur sa compréhension de systèmes mécaniques et en partie sur son raisonnement spatial. C'est pour cette raison que cette unité n'a pas été retenue pour la campagne de test définitive, mais qu'elle est utilisée à titre d'exemple.

Résolution de problèmes, exemple 5.2

Certains rouages ne tourneront pas lorsque la roue motrice est mise en mouvement. Expliquez pourquoi le rouage ci-dessous ne tournera pas.





Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 5.2 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses mentionnant que si la roue motrice tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, A tournera dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, B tournera dans le sens des aiguilles d'une montre, C tournera dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, D tournera dans le sens des aiguilles d'une montre et forcera la roue motrice à aller dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Mais, comme la roue motrice va déjà dans le sens des aiguilles d'une montre, le mouvement ne sera pas possible.

OU

Réponses équivalentes (vérifier les indications inscrites par l'élève sur le schéma en liaison avec le texte qu'il a écrit) :

- parce que chaque roue sera poussée dans un sens par une des roues voisines et dans le sens opposé par l'autre roue avec laquelle elle est en contact ;
- parce que la roue motrice et une des roues qui la touchent vont essayer de tourner dans le même sens ;
- elles vont se bloquer. Par ex., B et C voudront aller dans le même sens ;
- la roue A fait tourner la roue B dans un sens différent du mouvement induit par la roue C, donc cela ne va pas tourner.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses, par exemple :

- parce qu'elles sont reliées, et non en ligne droite ;
- parce qu'elles ne se touchent pas ;
- elles vont toutes dans des sens opposés.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Type de problème : Analyse et conception de systèmes

Situation : Vie personnelle / Travail et loisirs

Pour résoudre cet item, l'élève doit, comme dans l'exemple 5.1, comprendre les relations qui existent entre les roues successives et savoir appliquer cette compréhension aux différentes paires successives de roues de ce rouage « en boucle ».

L'élève doit, ici, mettre à l'essai la règle qu'il a précédemment induite sur le sens de rotation alternatif de roues successives. Il s'agit donc d'une analyse de système. Cet item demande à l'élève de contrôler des cas spécifiques dans un contexte de problème particulier, pour déterminer s'ils sont cohérents avec la

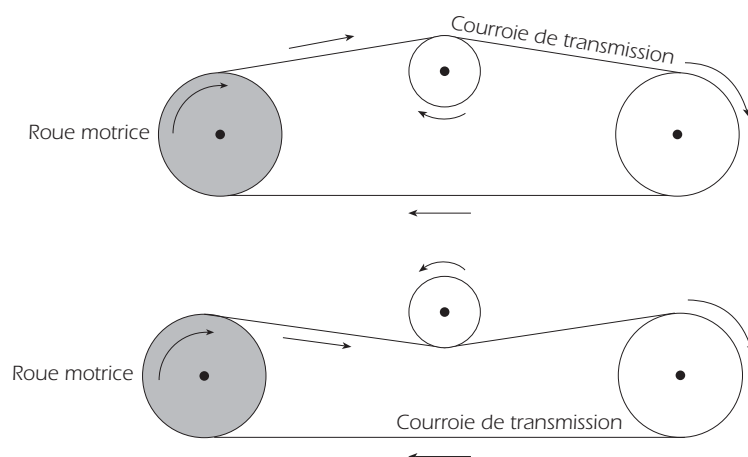


règle qu'il a définie à propos du sens de rotation des roues dans un système de rouages représenté dans l'espace.

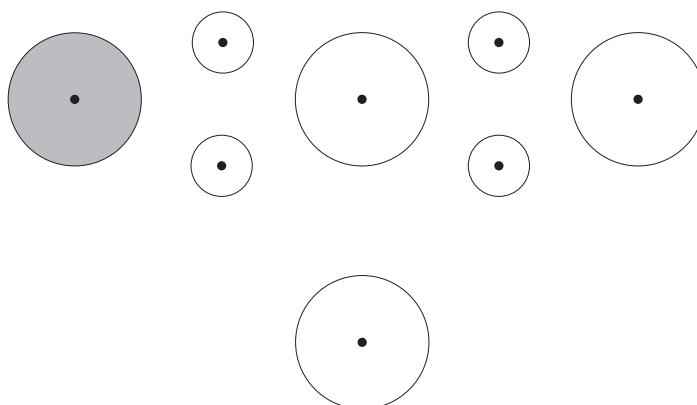
Ce type de raisonnement est nouveau pour beaucoup d'élèves. Peu d'entre eux sont habitués à affronter des situations définies dans l'espace et à rechercher la preuve qu'un système ne donnera pas les résultats attendus. Analyser un système pour découvrir un non-fonctionnement est un exercice différent de la plupart de ceux qui sont proposés à l'école. Les « explications » de nombreux élèves n'ont consisté qu'en l'ajout de flèches indiquant qu'il y avait, en bout de course, une discordance dans les sens de rotation.

Résolution de problèmes, exemple 5.3

Une autre façon de faire tourner des roues est d'utiliser une courroie de transmission qui relie la roue motrice aux autres roues. En voici deux exemples :



Dessinez une courroie de transmission autour des roues ci-dessous de telle sorte que toutes les grandes roues tournent dans le sens des aiguilles d'une montre et que toutes les petites roues tournent dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. La courroie de transmission ne peut pas se croiser elle-même.



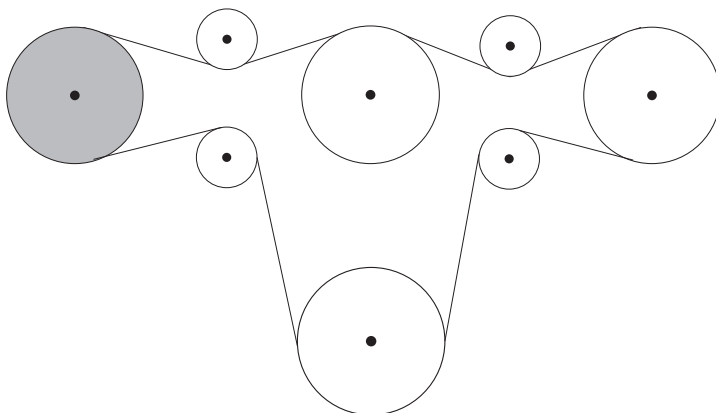


Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 5.3 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponses correspondant à l'exemple ci-dessous.

Noter qu'on doit accorder le code 1 même si, dans le schéma dessiné par l'élève, la courroie ne touche pas les roues.



Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à réponse construite ouverte

Type de problème : Analyse et conception de système

Situation : Vie personnelle / Travail et loisirs

Cet item demande à l'élève de comprendre le fonctionnement des rouages en fonction du mouvement de la roue motrice et des contacts entre les autres roues et la courroie de transmission. Dans ce cas, l'élève doit induire une règle à propos du fonctionnement de la courroie de transmission et du sens de rotation des roues selon qu'elles sont situées du même côté de la courroie que la roue motrice ou du côté opposé.

Une fois cette relation établie, l'élève doit la vérifier et concevoir un système (il s'agit dans ce cas de placer la courroie de transmission sur la série de roues fournies). Il doit ensuite « construire le système » qui permettra d'obtenir les effets de rotation souhaités pour cette série de roues. Lorsque le système est construit, l'élève devra le contrôler à nouveau afin de s'assurer qu'il produit bien les rotations souhaitées dans le rouage.

Ce problème peut donner lieu à plusieurs solutions correctes. Cependant, très peu d'élèves ont proposé des conceptions non-symétriques.



Résolution de problèmes, unité 6

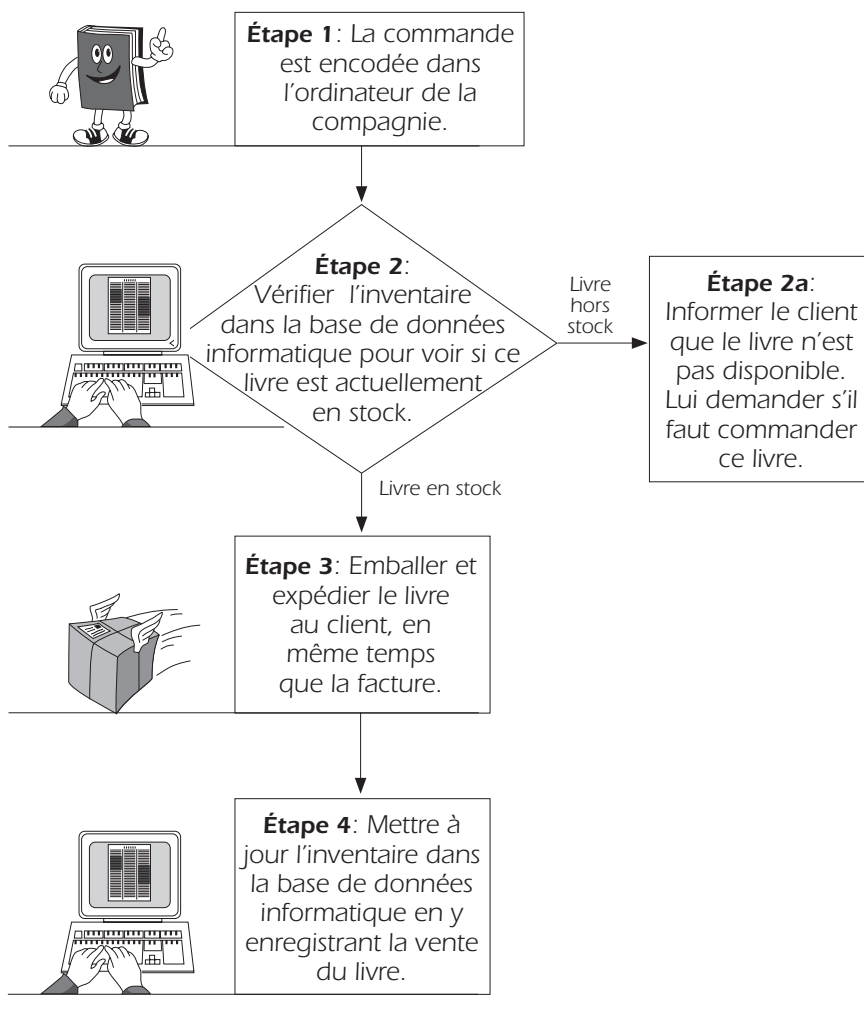
VENTE DE LIVRES

Cette unité propose aux élèves une situation-problème concernant une société de vente de livres qui dispose d'un système de commande par Internet. Ce problème implique l'analyse du système de commande des livres, le traitement de dysfonctionnements liés à d'éventuelles erreurs dans les adresses des clients, et la modification du programme de commande pour y insérer un processus particulier qui contrôle la validité de la carte de crédit du client et débite son compte.

L'unité débute par la présentation d'un organigramme qui montre les étapes suivies lors du traitement de la commande d'un livre envoyée par Internet à la société.

La société **Au Royaume de Livres** vend des livres par Internet. Le diagramme ci-dessous montre les étapes suivies lors du traitement de la commande d'un livre :

Figure A Étapes du traitement de la commande d'un livre





Résolution de problèmes, exemple 6.1

Un livre envoyé à un client est revenu parce que l'adresse était incorrecte. À quelle(s) étape(s) du processus l'erreur a-t-elle pu se produire ?

Étape	L'erreur a-t-elle pu se produire lors de cette étape ?
1	Oui / Non
2	Oui / Non
2a	Oui / Non
3	Oui / Non
4	Oui / Non

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 6.1 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Dans l'ordre : Oui, Non, Non, Oui, Non.

Pas de crédit

Code 0 : Toute autre combinaison de réponses.

Type d'item : Item à choix multiple complexe

Type de problème : Traitement de dysfonctionnements

Situation : Travail et loisirs

Pour résoudre correctement l'exemple 6.1, l'élève doit comprendre les relations entre les différentes étapes de la procédure, et les instructions qui leur sont associées. La compréhension de ce type d'organigrammes est indispensable à l'analyse et au traitement de dysfonctionnements de nombreuses procédures conçues de manière séquentielle pour les entreprises, où l'ordre temporel des prises de décision est crucial pour mener à bien une procédure comme celle-ci.

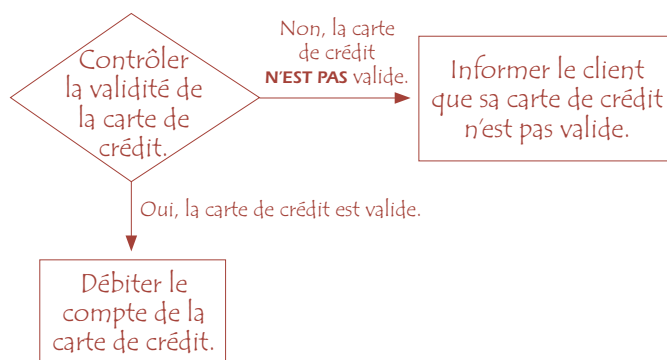
Une fois que l'élève a analysé la procédure, il doit poser un diagnostic sur le problème spécifique présenté dans l'item. Dans ce cas-ci, le processus consiste à effectuer une série de tests mettant en œuvre un raisonnement conditionnel du type : « Si ce genre d'erreur se produit à ce niveau du système, comment cela affectera-t-il l'envoi d'une livraison ou d'une lettre dans la séquence d'opérations ultérieures ? » Pour pouvoir mener à bien les étapes nécessaires au traitement de ce dysfonctionnement, l'élève doit être capable de raisonner en se servant des informations verbales et graphiques.

Résolution de problèmes, exemple 6.2

La société Au Royaume des Livres rencontre des difficultés à faire payer les livres envoyés à certains de ses clients. Pour cette raison, la société veut exiger des clients qu'ils indiquent leur numéro de carte de crédit lorsqu'ils commandent des livres.



Pour cela, la société souhaite ajouter les étapes ci-dessous au processus illustré à la figure A :



À quel endroit de la Figure A devraient venir s'insérer les étapes ci-dessus de vérification et de traitement des informations relatives à la carte de crédit ?

- A. Entre les étapes 1 et 2.
- B. Entre les étapes 2 et 3.
- C. Entre les étapes 2 et 2a.
- D. Entre les étapes 3 et 4.
- E. Après l'étape 4.

Consignes de correction et commentaires pour l'exemple 6.1 de Résolution de problèmes

Crédit complet

Code 1 : Réponse B : Entre les étapes 2 et 3.

Note: Le débit de la carte de crédit ne doit pas être effectué tant que la société n'est pas certaine de pouvoir livrer le produit au client.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Type d'item : Item à choix multiple

Type de problème : Traitement de dysfonctionnements

Situation : Travail et loisirs

Comme dans l'exemple 6.1, cet item demande à l'élève de raisonner en se servant d'informations verbales et graphiques et de comprendre les aspects séquentiels de la procédure. En outre, dans cet item, l'élève doit concevoir un système en déterminant, grâce à une analyse attentive de la logique impliquée, à quel endroit insérer un processus qui contrôle et débite la carte de crédit d'un client, en tant que partie intégrante de la procédure de commande. Pour déterminer correctement où placer ce processus (à savoir entre les étapes 2 et 3) il faut réaliser que la carte de crédit du client ne doit pas être débitée si le livre n'est pas en stock.



De nombreux élèves ont choisi l'option A (entre les étapes 1 et 2), ce qui peut bien correspondre aux pratiques utilisées par certaines sociétés. C'est pour cette raison, et aussi parce que l'expérience des élèves en matière de commandes par Internet est sans doute très inégale, que cette unité n'a pas été retenue pour la campagne de test définitive. Elle est cependant utilisée à titre d'exemple. ┘



BIBLIOGRAPHIE

- Baxter, G.P.** et **R. Glaser** (1997), *An Approach to Analysing the Cognitive Complexity of Science Performance Assessments* (Technical Report 452), National Center for Research on Evaluation, Standards and Student Testing (CRESST), Los Angeles, CA, États-Unis.
- Binkley, M.R., R. Sternberg, S. Jones** et **D. Nohara** (1999), *An Overarching Framework for Understanding and Assessing Life Skills*, Unpublished International Life Skills Survey (ILSS) Frameworks, National Center for Education Statistics, Washington, DC, États-Unis.
- Bloom, B.S., J.T. Hasting** et **G.F. Madaus** (1971), *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*, McGraw-Hill, New York, NY, États-Unis.
- Blum, W.** (1996), « Anwendungsorientierter Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven », in G. Kadunz *et al.* (eds.), *Trends und Perspektiven. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, vol. 23, Hoelder-Pichler-Tempsky, Vienne, Autriche, pp. 15-38.
- Boshuizen, H.P.A., C.P.M. van Der Vleuten, H.G. Schmidt** et **M. Machiels-Bongaerts** (1997), « Measuring Knowledge and Clinical Reasoning Skills in a Problem-based Curriculum », *Medical Education*, 31, Department of Educational Research and Development University of Limburg, Limburg, Pays Bas, pp. 115-121.
- Bransford, J.D., A.L. Brown** et **R.R. Cocking** (eds.) (1999), *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*, National Academy Press, Washington, DC, États-Unis.
- Bybee, R.W.** (1997), « Towards an Understanding of Scientific Literacy », in W. Grabe et C. Bolte (eds.), *Scientific Literacy – An International Symposium*, IPN, Kiel, Allemagne.
- Charles, R., F. Lester** et **P. O'Daffer** (1987), *How to Evaluate Progress in Problem Solving*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, États-Unis.
- College Board** (2000), See documents on the web at <http://www.collegeboard.com/about/association/pace/pacemath.html>
- Collis, K.F., T.A. Romberg** et **M.E. Jurdak** (1986), « A Technique for Assessing Mathematical Problem Solving Ability », *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3), pp. 206-221.
- Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools** (1982), *Mathematics Counts* (the Cockcroft report), Her Majesty's Stationery Office, Londres, Royaume-Uni.
- Council of Europe** (2001), *Common European Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment*, Cambridge University Press, Cambridge, Royaume-Uni.
- de Corte, E., B. Greer** et **L. Verschaffel** (1996) « Mathematics Teaching and Learning », in D. C. Berliner et R. C. Calfee (eds.), *Handbook of Educational Psychology*, Macmillan, New York, NY, États-Unis, pp. 491-549.
- Csapó, B.** (1997), « The Development of Inductive Reasoning: Cross-sectional Assessments in an Educational Context », *International Journal of Behavioral Development*, 20(4), pp. 609-626.
- Devlin, K.** (1994, 1997), *Mathematics, the Science of Patterns*, Scientific American Library, New York, NY, États-Unis.
- Dossey, J. A.** (1997), « Defining and Measuring Quantitative Literacy », In L.A. Steen (ed.), *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America* (pp.173-186), The College Board, New York, NY, États-Unis.
- Dossey, J.A., I.V.S. Mullis** et **C.Q. Jones** (1993), *Can Our Students Problem Solve?*, National Center for Educational Statistics, Washington, DC, États-Unis.
- Einstein, A.** (1933), « Preface to M. Plank », *Where is Science Going?*, Allen et Unwin, Londres, Royaume-Uni.
- Fey, J.** (1990), « Quantity », In L.A. Steen (ed.), *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, National Academy Press, Washington, DC, États-Unis.



- Frensch, P.** et **J. Funke** (1995), « Definitions, Traditions, and a General Framework for Understanding Complex Problem Solving », in P. Frensch et J. Funke (eds.), *Complex Problem Solving: The European Perspective*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, États-Unis, pp. 3-25.
- Freudenthal, H.** (1973), *Mathematics as an Educational Task*, D. Reidel, Dordrecht, Pays-Bas.
- Freudenthal, H.** (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, D. Reidel, Dordrecht, Pays-Bas.
- Garfield, J.** et **A. Ahlgren** (1988), « Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implications for Research », *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), pp. 44-63.
- Gee, J.** (1998), *Preamble to a Literacy Program*, Department of Curriculum and Instruction, Madison, WI, États-Unis.
- Graeber, W.** et **C. Bolte** (eds.) (1997), *Scientific Literacy – An International Symposium*, IPN, Kiel, Allemagne.
- Grünbaum, B.** (1985), « Geometry Strikes Again », *Mathematics Magazine*, 58 (1), pp. 12-18.
- Hawking, S.W.** (1988), *A Brief History of Time*, Bantam Press, Londres, Royaume-Uni.
- Hiebert, J., T.P. Carpenter, E. Fennema, L. Fuson, P. Human, H. Murray, A. Olivier et D. Wearne** (1996), « Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The case of Mathematics », *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), pp. 12-21.
- International Labour Office (ILO)** (1998), *World Employment Report 1998-1999: Employability in the Global Economy – How Training Matters*, ILO, Genève, Suisse.
- Kirsch, I.S.** et **P.B. Mosenthal** (1989-1991), « Understanding Documents. A Monthly Column », *Journal of Reading*, International Reading Association, Newark, DE, États-Unis.
- Klieme, E.** (1989), *Mathematisches Problemlösen als Testleistung*, Lang, Frankfurt/Main, Allemagne.
- Klieme, E.** (2000), *Assessment of Cross-disciplinary Problem Solving Competencies*, document non publié pour le réseau A, OECD-OECD/PISA, Paris, France.
- Klieme, E., J. Ebach, H.J. Didi, A. Hensgen, K. Heilmann et H.K. Meisters** (in press), *Problemlösetest für Sechste und Siebente Klassen*, Hogrefe, Göttingen, Allemagne.
- de Lange, J.** (1987), *Mathematics, Insight and Meaning*, OW et OC, Utrecht University, Utrecht, Pays-Bas.
- de Lange, J.** (1995), « Assessment: No Change Without Problems », in T.A. Romberg (ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment*, Suny Press, Albany, NY, États-Unis.
- de Lange, J.** et **H. Verhage** (1992), *Data Visualization*, Sunburst, Pleasantville, NY, États-Unis.
- Langer, J.** (1995), *Envisioning Literature*, International Reading Association, Newark, DE, États-Unis.
- Laugksch, R. C.** (2000), « Scientific Literacy: A Conceptual Overview », *Science Education*, 84 (1) 71 –94.
- LOGSE** (1990), *Ley de Ordenacion General del Sistema Educativo*, Madrid, Espagne.
- Masters, G., R. Adams et M. Wilson** (1999), « Charting Student Progress », in G. Masters et J. Keeves (eds.), *Advances in Measurement in Educational Research Assessment*, Elsevier Science, Amsterdam, Pays-Bas.
- Masters G.** et **M. Forster** (1996), *Progress Maps*, Australian Council for Educational Research, Melbourne, Australie.
- Mathematical Association of America (MAA)** (1923), *The Reorganization of Mathematics in Secondary Education; a Report of the National Committee on Mathematical Requirements*, The Mathematical Association of America, inc, Oberlin, OH, États-Unis.
- Mathematical Sciences Education Board (MSEB)** (1990), *Reshaping School Mathematics: A Philosophy and Framework of Curriculum*, National Academy Press, Washington, DC, États-Unis.
- Mayer, R.E.** (1985), « An Information-processing Analysis of Mathematical Ability », In R.J. Sternberg (ed.), *Human Abilities – An Information-processing Approach*, Freeman, New York, NY, États-Unis.
- Mayer, R.E.** (1992), *Thinking, Problem Solving, Cognition* (2nd ed.), Freeman, New York, NY, États-Unis.



- Mayer, R.E.** et **M.C. Wittrock** (1996), « Problem Solving Transfer », in D. C. Berliner et R. C. Clafée (eds.), *Handbook of Educational Psychology*, Macmillan, New York, NY, États-Unis, pp. 45-61.
- McCurry, D.** (2002), *Notes towards an Overarching Model of Cognitive Abilities*, Unpublished report, Australian Council for Educational Research, Melbourne, Australie.
- Millar, R.** et **J. Osborne** (1998), *Beyond 2000: Science Education for the Future*, King's College London School of Education, Londres, Royaume-Uni.
- Mitchell, J., E. Hawkins, P. Jakwerth, F. Stancavage,** et **J. Dossey** (2000), *Student Work and Teacher Practice in Mathematics*, National Center for Education Statistics, Washington, DC, États-Unis.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)** (1989), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, NCTM, Reston, VA, États-Unis.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)** (2000), *Principles and Standards for Mathematics*, NCTM, Reston, VA, États-Unis.
- Neubrand, M., R. Biehler, W. Blum, E. Cohors-Fresenborg, L. Flade, N. Knoche, D. Lind, W. Löding, G. Möller** et **A. Wynands (Deutsche OECD/PISA-Expertengruppe Mathematik)** (2001), « Grundlagen der Ergänzung des Internationalen OECD/PISA-Mathematik-Tests in der Deutschen Zusatzerhebung », *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 33(2), pp. 33 - 45.
- Newton, I.** (1687), *Philosophiae naturalis principia mathematica* Auctore Is. Newton, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali. Imprimatur. S. Pepys, Reg. Soc. Praeses. Julii 5. 1686. Londoni, Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDDCLXXXVII. (English Translation: *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, Published by University of California Press, Berkeley, 1934).
- Niss, M.** (1999), « Kompetencer og Uddannelsesbeskrivelse » (Competencies and subject description), *Uddanneise*, 9, pp. 21-29.
- OCDE** (1999), *Mesurer les connaissances et compétences des élèves: Un nouveau cadre d'évaluation*, OCDE, Paris, France.
- OCDE** (2000), *Mesurer les connaissances et compétences des élèves: Lecture, mathématiques et sciences : l'évaluation PISA 2000*, OCDE, Paris, France.
- OCDE** (2001a), *Connaissances et compétences: des atouts pour la vie – Premiers résultats de PISA 2000*, OCDE, Paris, France.
- OCDE** (2001b), *La nouvelle économie: mythe ou réalité ? Le rapport de l'OCDE sur la croissance*, OCDE, Paris, France.
- OCDE** (2002a), *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment: Reading, Mathematical, and Scientific Literacy*, OECD, Paris, France.
- OCDE** (2002b), *La lecture, moteur de changement: Performances et engagement d'un pays à l'autre - Résultats de PISA 2000*, OCDE, Paris, France.
- O'Neil, H.** (1999), *A Theoretical Basis for Assessment of Problem Solving*, Unpublished paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association, University of Southern California, Montreal, Canada.
- Polya, G.** (1945), *How to Solve It*, Princeton University Press, Princeton, NJ, États-Unis.
- Problem Solving Expert Group (PEG)** (2001), *Problem Solving and OECD/PISA 2003*, Unpublished paper, OCDE/PISA, Paris, France.
- Robitaille, D.** et **R. Garden** (eds.) (1996), *Research Questions and Study Design*, Pacific Educational Press, Vancouver, Canada.
- Romberg, T.** (1994), « Classroom Instruction that Fosters Mathematical Thinking and Problem Solving: Connections between Theory and Practice », in A. Schoenfeld (ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, États-Unis, pp. 287-304.
- Ryjchen, D.** et **L.H. Salganik** (2000), *Définition et sélection des compétences clés (DeSeCo)*, OCDE, Paris, France.
- Schoenfeld, A.H.** (1992), « Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-making in Mathematics », in D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, New York, NY, États-Unis, pp. 334-370.



Schupp, H. (1988), « Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I Zwischen Tradition und Neuen Impulsen » (Application-oriented mathematics lessons in the lower secondary between tradition and new impulses), *Der Mathematikunterricht*, 34(6), pp. 5-16.

Seger, M.S.R. (1997), « An Alternative for Assessing Problem Solving Skills: The Overall Test », *Studies in Educational Evaluation*, 23(4), pp. 373-398.

Shamos, M.H. (1995), *The Myth of Scientific Literacy*, Rutgers University Press, New Brunswick, NJ, États-Unis.

Steen, L.A. (1990), *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, National Academy Press, Washington, DC, États-Unis.

Steen, L.A. (ed.) (1997), *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*, The College Board, New York, NY, États-Unis.

Stern, D. (1999), « Improving Pathways in the United States from High School to College and Career », *Preparing Youth for the 21st Century – The Transition from Education to the Labour Market*, OCDE, Paris, France.

Stewart, K. (1990), « Change », In L.A. Steen (ed.), *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, National Academy Press, Washington, DC, États-Unis.

Sticht, T.G. (ed.) (1975), *Reading for Working: A Functional Literacy Anthology*, Human Resources Research Organization, Alexandria, VA, États-Unis.

Stiggins, R.J. (1982), « An Analysis of the Dimensions of Job-related Reading », *Reading World*, 82, pp. 237-247.

Swaak, J. et **T. de Jong** (1996), « Measuring Intuitive Knowledge in Science: The Development of the What-if-Test », *Studies in Educational Evaluation*, 22(4), pp. 341-362.

Trier, U. et **J. Peschar** (1995), « Les compétences transdisciplinaires : raison d'être et stratégie de mise au point d'un nouvel indicateur », *Mesurer les résultats scolaires*, OCDE, Paris, France, pp. 99-109.

Tversky, A. et **D. Kahneman** (1974), « Judgements under Uncertainty: Heuristics and Biases », *Science*, 185, pp. 1124-1131.

UNESCO (1993), *International Forum on Scientific and Technological Literacy for All*, Final Report, UNESCO, Paris, France.

U.S. Department of Labor (1991), *The Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills (SCANS): What Work Requires of Schools*, U.S. Department of Labor, Washington, DC, États-Unis.

Vosniadou, S. et **A. Ortony** (1989), *Similarity and Analogical Reasoning*, Cambridge University Press, New York, NY, États-Unis.

Ziman, J. M. (1980), *Teaching and Learning about Science and Society*, Cambridge University Press, Cambridge, Royaume-Uni. ┘



Groupe d'experts du PISA 2003

Groupe d'experts chargé des mathématiques (MEG)

Jan de Lange, Président
Université d'Utrecht
Utrecht, Pays-Bas

Werner Blum, Vice-président
Université de Kassel
Kassel, Allemagne

Mary Lindquist, Vice-président
Columbus, GA, Etats-Unis

Vladimír Burjan
EXAM
République slovaque

Sean Close
St Patricks College
Dublin, Irlande

John Dossey
Université de l'Etat d'Illinois
Normal, IL, Etats-Unis

Zbigniew Marciniak
Université de Varsovie
Varsovie, Pologne

Mogens Niss
IMFUFA, Université de Roskilde
Roskilde, Danemark

Kyungmee Park
Université de Hongik
Séoul, Corée

Luis Rico
Université de Grenade
Grenade, Espagne

Yoshinori Shimizu
Université de Tokyo Gakugei
Tokyo, Japon

Groupe d'experts chargé de la lecture (REG)

Irwin Kirsch, Président
Educational Testing Service
Princeton, New Jersey, Etats-Unis

Marilyn Binkley
National Center for Education Statistics
Washington, DC, Etats-Unis

Alan Davies
Université d'Edimbourg
Ecosse, Royaume-Uni

Stan Jones
Statistique Canada
Nova Scotia, Canada

John de Jong
CITO, National Institute for Educational Measurement
Arnhem, Pays-Bas

Dominique Lafontaine
Université de Liège
Liège, Belgique

Pirjo Linnakylä
Université de Jyväskylä
Jyväskylä, Finlande

Martine Rémond
Institut National de Recherche Pédagogique
Paris, France

**Groupe d'experts chargé des sciences (SEG)**

Wynne Harlen, Président
Université de Bristol, Royaume-Uni

Peter Fensham
Université Monash
Melbourne, Australie

Raul Gagliardi
Genève, Suisse

Svein Lie
Université d'Oslo
Oslo, Norvège

Manfred Prenzel
Leibnitz-Institute for Science Education at
the Université de Kiel
Kiel, Allemagne

Senta A. Raizen
National Center for Improving Science
Education
Washington, DC, Etats-Unis

Donghee Shin
Université de Dankook
Séoul, Corée

Elizabeth Stage
Université de Californie
Oakland, CA, Etats-Unis

Groupe d'experts chargé de la résolution de problèmes (PSEG)

John Dossey, Président
Université de l'Etat d'Illinois
Normal, IL, Etats-Unis

Benő Csapó
Université de Szeged
Szeged, Hongrie

Wynne Harlen
Berwickshire, Royaume-Uni

Ton de Jong
Université de Twente
Twente, Pays-Bas

Irwin Kirsch
Educational Testing Service
Princeton, NJ, Etats-Unis

Eckhard Klieme
German Institute for
International Educational Research
Frankfurt/Main, Allemagne

Jan de Lange
Université de Utrecht
Utrecht, Pays-Bas

Stella Vosniadou
Université d'Athènes
Athènes, Grèce